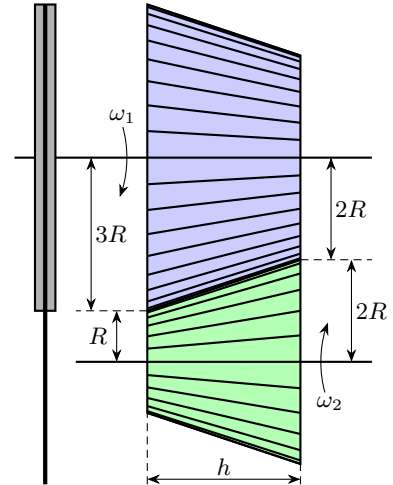


Road to IPhO

Фрикционная передача (4 балла)

В одном из механических устройств на корабле использовалась фрикционная передача, устройство которой показано на рисунке.

Цепной привод раскручивает «верхнюю» ось, и в установившемся режиме (когда угловые скорости вращения обеих осей постоянны), ее угловая скорость равна ω_1 . Передача вращения от «верхней» оси к «нижней» осуществляется за счет трения между двумя валиками, которые имеют форму усеченных конусов с размерами, показанными на рисунке. Конусы равномерно прижаты друг к другу вдоль линии их соприкосновения (полная сила нормальной реакции, возникающая при взаимодействии конусов, равна F). Коэффициент сухого трения между конусами $\mu = 0.4$. Оси вращения параллельны, их направления фиксированы с помощью двух пар шарикоподшипников с пренебрежимо малым трением. Никакие другие силы, кроме сил, действующих со стороны «верхнего» конуса, не влияют на вращение «нижнего» конуса.



В1 Найдите с точностью не хуже 1% отношение угловых скоростей ω_2/ω_1 при установившемся режиме вращения. Ответ округлите до сотых долей. **1.0**

Пусть теперь нам известно, что цепной привод совершает над «верхней» осью работу по раскручиванию и поддержанию вращения, развивая при этом постоянную мощность $P = \frac{211\pi}{10} \rho R^4 h \cdot \omega_m^3$. В этом выражении ρ – плотность материала, из которого изготовлены оба валика, а $\omega_m = 2\pi \text{ c}^{-1} \approx 6.2832 \text{ c}^{-1}$ – постоянная величина. В момент включения цепного привода оба валика покоились. Считайте, что вся указанная мощность без потерь (за исключением потерь на трение о «нижний» валик) идет на увеличение кинетической энергии «верхнего» валика.

Указание: Уравнение вращательного движения, описывающее изменение угловой скорости твердого тела с моментом инерции I под действием момента сил M имеет вид: $I \frac{d\omega}{dt} = M$. Момент инерции однородного конуса из материала с плотностью ρ , с радиусом основания R и высотой H равен $I = \frac{\pi}{10} \rho R^4 H$.

В2 Получите формулу для момента инерции «нижнего» валика I_2 . В ответе запишите эту формулу, выразив I_2 через ρ и геометрические параметры (R и h). **0.5**

В3 Получите формулу для момента инерции «верхнего» валика I_1 . В ответе запишите эту формулу, выразив I_1 через ρ и геометрические параметры (R и h). **0.5**

В4 Найдите с точностью не хуже 15% время после включения вращения цепного привода, за которое угловые скорости осей станут равны друг другу. Для вычислений Вам может понадобиться следующая приближенная формула: $e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$, справедливая при $|x| \ll 1$. Ответ выразите в мс. **1.0**

Учтите, что величина силы прижатия валиков в этом и в следующем пункте считается известной: она равна $F = \frac{211\pi}{10} \rho R^3 h \cdot \omega_m^2$.

В5 Используя результаты, полученные при рассмотрении предыдущих вопросов этой части задачи, найдите с точностью не хуже 3% величину угловой скорости ω_2 в установившемся режиме. Ответ запишите в c^{-1} . **1.0**