

# Road to IPhO

## Газированная вода

В герметично закрытой на заводе литровой бутылке находится питьевая газированная вода. Пробку бутылки слегка повернули, отвинчивая (при этом раздалось шипение), и заново плотно закрутили. В толще воды появились пузырьки углекислого газа – сначала более крупные, а затем помельче, которые устремились вверх. Изучим процесс всплытия пузырька.

Легко заметить, что форма мелких пузырьков гораздо ближе к сферической, чем форма крупных.

**A1** Оцените максимальный размер неподвижного пузырька, при котором его форма будет близка к сферической с точностью не хуже 10%. Плотность воды  $\rho \approx 1 \text{ г/см}^3$ , поверхностное натяжение воды  $\sigma \approx 0.07 \text{ Н/м}$ , ускорение свободного падения принять равным  $g \approx 9.8 \text{ м/с}^2$ . Ответ дайте в виде числа (в мм). **0.4**

Рассмотрим пузырек достаточно малого размера – такой, чтобы его можно было считать почти сферическим. Например, пусть начальный диаметр пузырька, находящегося вблизи дна бутылки, равен  $d_0 = 0.3 \text{ мм}$ .

**A2** Найдите, с каким ускорением начинает двигаться пузырек сразу после отрыва от дна. Плотность углекислого газа в пузырьке при температуре газировки  $\rho_{\text{п}} \approx 0.002 \text{ г/см}^3$ . Ответ дайте в виде числа (в  $\text{м/с}^2$ ). **0.8**

Сила лобового сопротивления, которую испытывает при движении в воде пузырек, пропорциональна площади его поперечного сечения, плотности воды и квадрату скорости пузырька. В рамках данной задачи примем, что коэффициент пропорциональности равен  $\beta \approx 0.2$ .

**A3** Предположим сначала, что объем пузырька не будет изменяться. Какой в этом случае будет максимальная скорость, которую сможет развить пузырек? Запишите формулу и получите численный ответ (в  $\text{м/с}$ ). **0.8**

**A4** Оцените, за какое время от момента отрыва пузырька его движение станет установившимся, то есть его ускорение станет по модулю намного меньше  $g$ . Запишите формулу и получите численный ответ (в секундах). **0.8**

На самом деле концентрация молекул растворенного углекислого газа в жидкости существенно выше, чем в газовом пузырьке. Поэтому углекислый газ диффундирует из жидкости в пузырек, и радиус пузырька растет. Логично предположить, что скорость роста объема пузырька за счет поступления новых порций газа пропорциональна площади поверхности пузырька, избыточной концентрации растворенного газа и обратно пропорциональна толщине слоя жидкости, через который в пузырёк диффундирует газ (его называют «слоем обеднения»). Эффективная толщина слоя, через который идет диффузия, тем меньше, чем быстрее движется пузырек (за счет смены воды вокруг пузырька). Вычисления в рамках теории процессов переноса показывают, что толщина слоя обеднения равна  $\delta = \text{const} \cdot \sqrt{d/v}$ , где  $v$  – скорость всплытия пузырька, а  $d$  – его диаметр.

**A5** Для пузырька, всплывающего за время  $T$ , найдите закон изменения диаметра пузырька с течением времени  $t$ , если известно, что за время всплытия этот диаметр увеличился в  $k = 3^{4/5} \approx 2.4$  раза. В качестве ответа запишите формулу, выражающую зависимость  $d(t)$  через  $T$ ,  $t$ ,  $d_0$  и  $k = 3^{4/5}$ . Считайте, что концентрация растворенного углекислого газа в жидкости в процессе всплытия пузырька изменяется несущественно. **1.6**

**A6** Найдите закон изменения скорости этого пузырька (в ответе запишите формулу для зависимости  $v(t)$ , ответ выразите через те же величины и установившуюся скорость  $v_0$ ). **0.8**

**A7** Найдите закон движения пузырька, то есть зависимость его высоты  $h$  над дном от времени  $t$  (в ответе запишите формулу, выражающую зависимость  $h(t)$  через  $T$ ,  $t$  и  $v_0$ ; значение  $k = 3^{4/5}$  считайте прежним). **1.2**

**A8** Пусть высота столба жидкости в бутылке, который проходит при всплывании пузырек, равна  $H = 30 \text{ см}$ . Найдите время всплытия пузырька (получите формулу, в которую входят величины, заданные выше в условии задачи, и найдите численное значение, выразив его в секундах). **1.6**

# Road to IPhO

В процессе всплытия пузырька **выделяется теплота** (работа силы лобового сопротивления расходуется на увеличение кинетической энергии турбулентных завихрений, которая затем переходит в теплоту), и вместе с этим происходит **поглощение теплоты** (так как происходит испарение углекислого газа из жидкости внутрь пузырьков).

**A9** Предположим, что вся **выделяющаяся** при всплытии пузырька теплота расходуется на нагревание «столбика» воды с сечением, равным среднему сечению всплывающего пузырька. В рамках этого предположения оцените по порядку величины, на сколько увеличится температура воды в этом «столбике». Удельная теплоемкость воды  $c_v \approx 4200 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ . Ответ дайте в виде числа (в градусах Кельвина). **0.8**

**A10** На испарение 1 моля растворенного в воде углекислого газа в пузырьки требуется энергия, равная примерно 20 кДж. Оцените по порядку величины эффект охлаждения и сравните его с эффектом нагрева (пункт **A9**). Ответ дайте в виде числа (в градусах Кельвина). Каким же будет результирующий эффект? Ответ дайте в виде знака «+» (увеличение температуры) или «-» (уменьшение температуры). Считайте, что давление и температура в бутылке изменяются слабо, и остаются близки к  $p_0 \approx 120 \text{ кПа}$  и  $T_0 \approx 290 \text{ К}$ . **1.2**