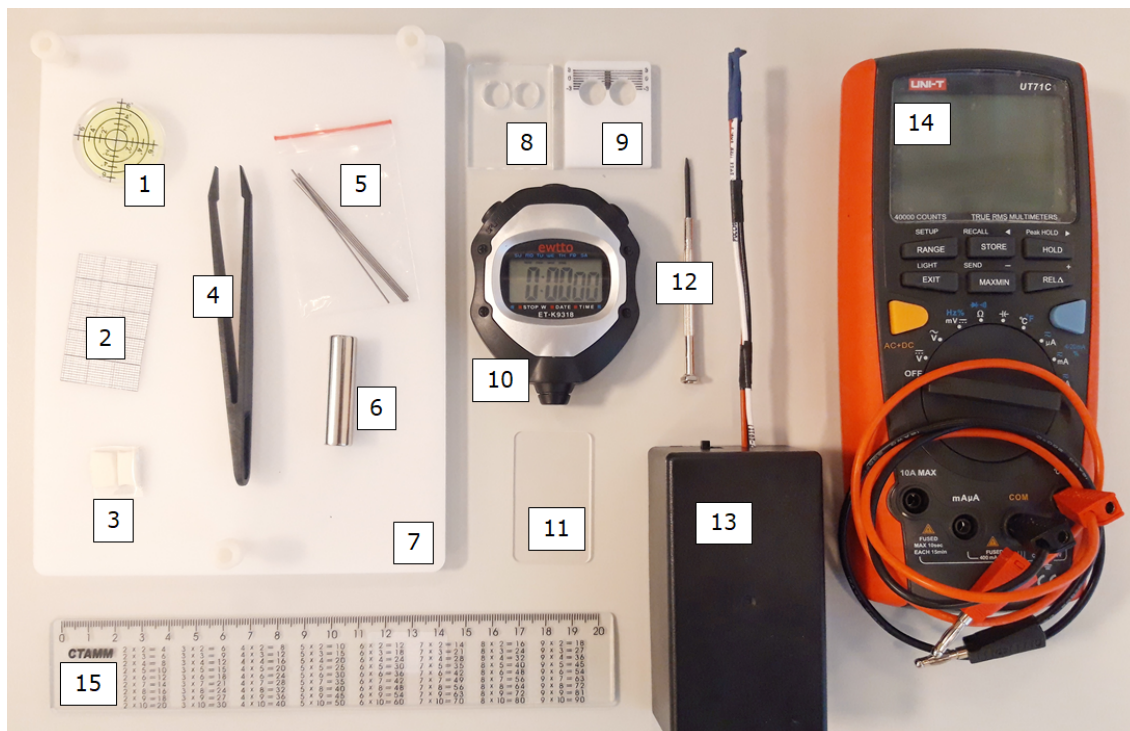


Road to IPhO

Магнитная ловушка

Магнитные ловушки повсеместно используются в науке для удержания различных объектов и изоляции их от внешних воздействий. Этот эксперимент посвящен изучению одного из типов магнитных ловушек.



ОБОРУДОВАНИЕ:

1. Пузырьковый уровень
2. Фрагмент миллиметровки
3. Клейкая масса
4. Пластиковый пинцет
5. Набор графитовых грифелей: $d \in \{0.3, 0.7, 0.9\}$ мм — по 1 шт., $d = 0.5$ мм — 3 шт.
6. Магнит с диаметральной намагниченностью (еще один выдаётся по требованию перед выполнением части В)
7. Регулируемый столик
8. Опора подставки для магнитов
9. Опора подставки для магнитов с миллиметровой шкалой
10. Секундомер
11. Проставка (для удобства сборки магнитов в подставке)
12. Отвертка
13. Датчик Холла с блоком питания
14. Мультиметр с соединительными проводами
15. Линейка 20 см

ИЗВЕСТНЫЕ КОНСТАНТЫ:

- ускорение свободного падения $g = 9.81$ м/с²
- магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
- плотность графита $\rho = 1690$ кг/м³

Введём обозначения для параметров установки и будем их придерживаться в течение всей работы.
Не переобозначайте величины, упомянутые в условии!

Road to IPhO

ОБОЗНАЧЕНИЯ:

- $L = 40$ мм – длина каждого магнита,
- $R = 5.0$ мм – радиус каждого магнита,
- $a = 5.75$ мм – расстояние между центром магнита в подставке и началом координат (см. часть В),
- $d = 2r \in \{0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$ мм – диаметры выданных грифелей,
- l – длина грифеля,
- m_0 – масса грифеля длины l ,
- m – магнитный момент каждого из магнитов,
- M – намагниченность каждого из магнитов (магнитный момент единицы объема),
- χ – магнитная восприимчивость графита,
- $m_{\text{гр}}$ – магнитный момент грифеля, помещенного во внешнее магнитное поле,
- $M_{\text{гр}}$ – намагниченность грифеля, помещенного во внешнее магнитное поле (магнитный момент единицы объема).

УКАЗАНИЯ:

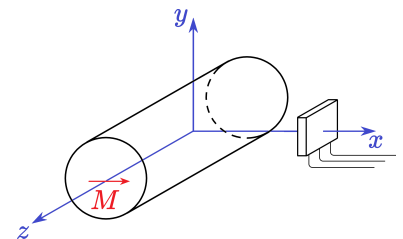
1. Расчет погрешностей требуется только в пунктах **В1** и **В6**, где об этом явно написано.
2. Чувствительный элемент датчика Холла измеряет магнитное поле, перпендикулярное своей поверхности. Вы можете изгибать провода, ведущие от чувствительного элемента к блоку его питания, однако **ЗАПРЕЩЕНО ИЗГИБАТЬ ДАТЧИК** относительно проводов: его «ножки» чрезвычайно хрупкие.
3. Выданные вам неодимовые магниты очень сильные, но хрупкие и дорогие. Будьте **ПРЕДЕЛЬНО АККУРАТНЫ С МАГНИТАМИ!** В случае раскола магнита новый не будет выдан, большую часть измерений провести не удастся...
4. Близость металлических предметов к магнитам искажает их поле. Выберите для измерений часть парты, далёкую от ее металлических креплений, и отодвиньте подальше лишние металлические предметы.
5. Графитовые грифели очень хрупкие, будьте с ними аккуратны. Продумайте последовательность измерений, чтобы вам хватило выданных грифелей. **НОВЫЕ ГРИФЕЛИ ВЫДАВАТЬСЯ НЕ БУДУТ.**

Часть А. Поле дипольной линии (5.0 баллов)

Введем систему координат с началом в центре магнита и осью Ox , направленной вдоль вектора намагниченности магнита \vec{M} . Вектор \vec{M} во всех точках внутри магнита одинаков и направлен как на рисунке.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ДАТЧИКА ХОЛЛА:

1. Подсоедините блок питания датчика Холла к вольтметру с помощью проводов «банан-банан». Включите вольтметр.
2. Переведите рычажок на блоке питания датчика в положение «ON» (см. рис. слева).
3. Убедитесь, что через отверстие в корпусе виден горящий зеленый индикатор (см. рис. справа).
4. В это же отверстие можно вставить отвертку и отрегулировать подстроечный потенциометр так, чтобы в отсутствие магнитного поля вольтметр показывал 0 В.
5. Датчик Холла имеет чувствительность $k = 31.25$ В/Тл.
6. После окончания измерений переведите рычажок включения блока питания в прежнее положение, чтобы выключить блок питания и не допускать разряда встроенной батарейки.



Road to IPhO

A1 Снимите зависимость $B(x)$. Проведите измерения в точках на оси Ox во всем диапазоне $15 \text{ мм} \leq x \leq 100 \text{ мм}$. Для закрепления магнита на столе в удобном положении можно использовать опоры от подставки и клейкую массу. Пересчет напряжения в индукцию поля в этом пункте не требуется. **2.0**

В пределе $x \rightarrow \infty$ (т.е. в «дальнем поле») магнитное поле $B(x)$ совпадает с полем точечного магнитного диполя, однако при небольших x (в «ближнем поле») справедлива другая зависимость, в которой n — неизвестное положительное число:
$$\begin{cases} B(x) \propto 1/x^n, & x \sim 1 \text{ см} \quad \text{ближнее поле} \\ B(x) \propto 1/x^3, & x \rightarrow \infty \quad \text{дальнее поле} \end{cases}$$

A2 Запишите точную формулу $B(x)$ для точечного магнитного диполя. **0.6**

A3 Постройте график $(-\ln B)$ от $\ln x$ для всего диапазона измеренных значений. При каком характерном x_{crit} сменяется характер зависимости? **1.0**

A4 По построенному в пункте **A3** графику определите величину n . **0.4**

A5 Постройте линеаризованный график в таких координатах, чтобы по наклону графика определить намагниченность M магнита (магнитный момент единицы объема). Рассчитайте численное значение величины M . **1.0**

Часть В. Равновесие по вертикали (5.0 баллов)

Попросите дежурного выдать вам второй магнит.

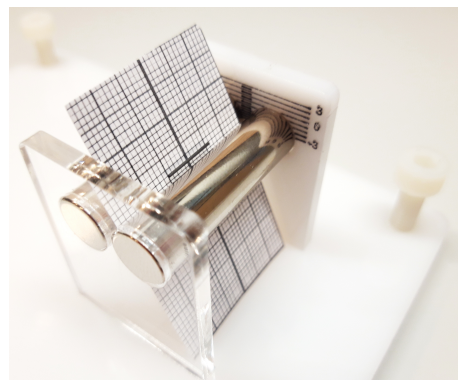
Соберите установку, изображенную на рисунке.

Это можно сделать удобно и безопасно, если выполнить следующую последовательность действий:

1. Если магниты примагничены между собой, поверните их оси друг относительно друга, чтобы разъединить.
2. Снова сближая магниты, зажмите между ними проставку (см. оборудование).
3. Отверстия в опорах находятся на чуть большем расстоянии друг от друга, чем обеспечивает проставка. Чтобы воткнуть одну пару торцов в опору, немного отклоните магниты от нормали к опоре и засовывайте их «по диагонали».
4. Не вынимая проставку, вставьте вторую пару торцов во вторую опору, аналогичным образом задав небольшой угол магнитов с нормалью.
5. Когда обе пары торцов магнитов вставлены в опоры, выровняйте систему, чтобы опоры ровно стояли на столе. Проставка легко вынимается.

Установите подставку с магнитами на наклоняемый столик. Регулировочными винтами добейтесь горизонтальности его поверхности, контролируя ее с помощью пузырькового уровня.

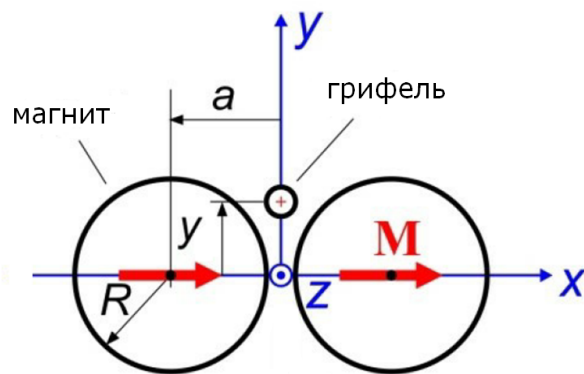
Подготовьте по одному отрезку длины $\approx 10 \text{ мм}$ грифелей каждого диаметра d . С помощью пинцета аккуратно положите любой из них в «желоб» между магнитами. Пронаблюдайте «левитацию», ее устойчивость, затухание различных видов колебаний. Проверьте, что колебания происходят вблизи середины магнитов, и если это не выполняется и грифель «уезжает» в сторону одной из опор, подкорректируйте наклон столика. Когда грифель остановится в положении равновесия, по шкале на одной из опор можно определить глубину h (в миллиметрах), на которую он погружен относительно верхних точек магнитов. Будьте внимательны и хорошо подумайте, к какой линии шкалы относится подпись «-3».



B1 Измерьте зависимость $h(d)$. Укажите погрешности измерений, учитывая, что точность изготовления каждого грифеля $\Delta d = \pm 0.05 \text{ мм}$. Опишите вид зависимости $h(d)$. Строить график не требуется. **1.0**

B2 В листе ответов отметьте, каким материалом является грифель, в соответствии с наблюдаемыми эффектами: диамагнитным, парамагнитным или ферромагнитным. Объясните ваш выбор. **0.5**

Road to IPhO



В зазоре между магнитами во всех точках на оси Oy (см. рис.) магнитное поле направлено вдоль оси Ox и задаётся некоторой функцией $B(y)$.

Считайте известным, что в однородном магнитном поле B у цилиндра (графитового грифеля) появляется намагниченность $M_{\text{гр}} = \frac{2}{\mu_0} \frac{\chi}{\chi + 2} B$. Поле магнитов в области нахождения грифеля можно считать однородным.

Энергию грифеля, который в магнитном поле приобрел магнитный момент $\vec{m}_{\text{гр}}$, можно вычислить как $U = -\frac{1}{2} (\vec{m}_{\text{гр}} \cdot \vec{B})$.

- B3** Выразите вертикальную силу $F(y)$, действующую на намагнитившийся грифель со стороны магнитного поля, через функцию $B(y)$ и величины χ , μ_0 , r и l . Выражение, содержащее другие величины, не будет засчитываться. **1.0**

Далее считайте известным явный вид функции $B(y) = \frac{\mu_0 M R^2}{a^2} \cdot \frac{1 - u^2}{(1 + u^2)^2}$, где $u = \frac{y}{a}$.

- B4** Получите окончательное выражение для $F(u)$ через величины χ , μ_0 , M , r , l , R , a , u . Выражение, содержащее другие величины, не будет засчитываться. **1.0**

- B5** Запишите, как выражается u через измеренную величину h и какое численное значение u вы будете использовать в расчетах. **0.5**

- B6** Рассчитайте численно магнитную восприимчивость графита χ на основании измерений из части B1. Оцените погрешность результата методом границ. **1.0**

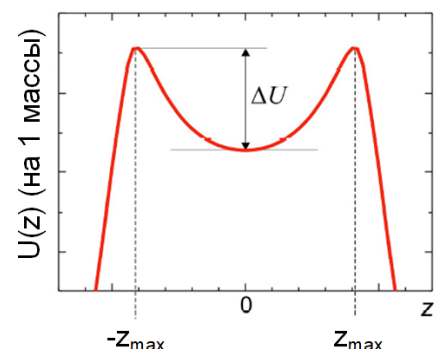
Часть С. Равновесие по горизонтали и горизонтальные колебания. Двугорбый потенциал (7.0 баллов)

При $x = 0$ и фиксированной вертикальной координате y магнитное поле имеет слабую зависимость от координаты z . За счет этой зависимости потенциальная энергия грифеля (в расчете на единицу его массы) $U(z)$ в магнитном поле при фиксированном y имеет вид «двугорбого потенциала», у которого есть провал глубины ΔU в центре и максимумы на координатах $\pm z_{\text{max}}$. При $|z| > z_{\text{max}}$ потенциал очень резко убывает.

Примечание: В этой части задачи измерения проводятся только с грифелем диаметра $d = 0.5$ мм.

Используйте грифель с параметрами $d = 0.5$ мм, $l \approx 10$ мм. Вы можете наблюдать колебания грифеля вдоль «желоба» между магнитами, т.е. вдоль оси Oz . Регулировочными винтами изменяйте наклон столика к горизонту α так, чтобы приподнимать один из концов «желоба» между магнитами. Про-наблюдайте, как при этом смещается положение равновесия z_0 горизонтальных колебаний грифеля.

Примечание: Обратите внимание, что пузырьковый уровень не подходит для точного измерения углов. Угол наклона столика следует рассчитывать по высоте его края, измеренной линейкой.



Road to IPhO

C1 Измерьте необходимые величины и получите зависимость $z_0(\alpha)$ для не менее 4 различных значений α . 1.0
График строить в этом пункте не требуется. Если обнаружится какая-то особенность поведения грифеля, запишите соответствующее α_{crit} .

C2 Оцените численно значение величины ΔU и предъявите ваши рассуждения. 1.0

C3 В строго горизонтальном положении столика (убедитесь по положению равновесия грифеля) измерьте зависимость $T(l)$ периода колебаний от длины грифеля в максимально возможном диапазоне длин l . Получите не менее 10 экспериментальных точек $T(l)$. График строить в этом пункте не требуется. Запишите критические длины l_{min} и l_{max} , при которых меняется характер наблюдаемых процессов, и опишите происходящее. 1.5

C4 Оцените численно значение величины z_{max} и предъявите ваши рассуждения. 0.5

Двугорбый потенциал (в расчете на единицу массы) можно аппроксимировать многочленом 4-й степени: $U(z) \approx c_0 + c_2 z^2 + c_4 z^4$.

C5 Опираясь на измерения $z_0(\alpha)$, проведенные в части **C1**, постройте линеаризованный график и определите численное значение величины c_2 . 1.0

C6 Запишите закон сохранения энергии для колебаний грифеля длины l в потенциале $U(z) = c_0 + c_2 z^2 + c_4 z^4$ и получите теоретическое выражение для периода $T(l)$ малых колебаний. Середина грифеля находится в точке с координатой $z = 0$. 1.0

C7 Опираясь на измерения $T(l)$, проведенные в части **C3**, постройте линеаризованный график и определите численные значения величин c_2 и c_4 . 1.0

Часть D. Затухающие колебания (3.0 балла)

Затухание горизонтальных колебаний грифеля обусловлено вязкостью воздуха и токами Фуко, возникающими при его движении в неоднородном магнитном поле и взаимодействующими с этим полем. С учетом названных двух эффектов можно записать силу сопротивления движению (в расчете на единицу массы) как $F_{сопр}/m = -\gamma \dot{z}$.

В этой части используйте грифель с параметрами $d = 0.5$ мм, $l \approx 10$ мм.

D1 Проведите необходимые измерения затухающих колебаний, постройте линеаризованный график и считайте численно значение величины γ . 3.0