

# Road to IPhO

## Бинарные термодинамические циклы

Работа над повышением КПД паросиловых установок является важной частью снижения экономических затрат на поддержание электростанций. Развитие данной отрасли всегда упиралось в сложности технической реализации установок, а также в переход реального газа в жидкую фазу. Инженеры сформулировали следующие требования к веществам, используемым в циклах:

1. Удельная теплоёмкость вещества в жидкой фазе должна быть наименьшей;
2. Критическая точка вещества должна достигаться при высокой температуре и сравнительно невысоком давлении;
3. Давление насыщенного пара при наименьшей температуре не должно быть слишком низким;
4. Вещество должно быть легкодоступным.

Ограничения на теплоёмкость в жидкой фазе и температуру вещества в критической точке понятны из теоретических соображений, а создание камеры, выдерживающей высокое давление, и вакуумного конденсатора, поддерживающего низкое давление, являются сложными с технической точки зрения задачами. В настоящее время неизвестны вещества, удовлетворяющие всем перечисленным требованиям, в связи с чем была предложена идея **бинарных циклов** – использовать преимущества одного теплоносителя при высоких температурах, а другого – при низких. Бинарные циклы обладают большим КПД, чем циклы с одним из рассматриваемых веществ. Идея бинарных циклов заключается в том, чтобы между двумя веществами, **находящихся в разных сосудах**, происходил теплообмен. Это позволяет реализовать два цикла одновременно, избегая при этом вынужденного подведения тепла к одному из рабочих тел в процессе теплообмена. **Цикл Ренкина** 1 – 2 – 3 – 4 – 1 является одним из наиболее используемых в бинарных циклах. Он состоит из следующих процессов:

1. 1 – 2 - адиабатическое расширение;
2. 2 – 3 - изотермическое охлаждение (отведение теплоты);
3. 3 – 4 - адиабатическое сжатие;
4. 4 – 1 - изобарное нагревание.

Далее, если это не оговорено отдельно, для циклов Ренкина придерживайтесь введённых обозначений. В частях А и В анализируются циклы Ренкина с рабочим веществом в виде идеального газа и воды соответственно, а в частях С и D – соответственно бинарный газовой-паровой цикл (будет описан отдельно) и бинарный цикл Ренкина с рабочими телами в виде воды и ртути в обоих случаях.

### Часть А. Цикл Ренкина с идеальным газом (2.0 балла).

Рассмотрим цикл Ренкина с идеальным многоатомным газом. Абсолютные температуры в точках 1, 2 и 4 обозначим за  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_4$  соответственно. Введём величины  $\alpha$  и  $\beta$ , определяющие соотношение между температурами и давлениями в точках 2 и 4:

$$\alpha = \frac{T_4}{T_2} \quad \beta = \frac{p_4}{p_2}$$

**A1** Выразите отведённое от газа за цикл количество теплоты  $Q_-$  через  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_4$ ,  $R$ , количество вещества газа  $\nu$  и показатель адиабаты  $\gamma$ . **0.7**

**A2** Выразите отношение  $T_1/T_4$  через  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ . **0.8**

**A3** Получите выражение для КПД цикла  $\eta_1$ . Ответ выразите через  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ . Найдите численное значение  $\eta_1$  при  $p_2 = 15$  кПа,  $p_4 = 60$  кПа,  $T_2 = 340$  К и  $T_4 = 400$  К. **0.5**

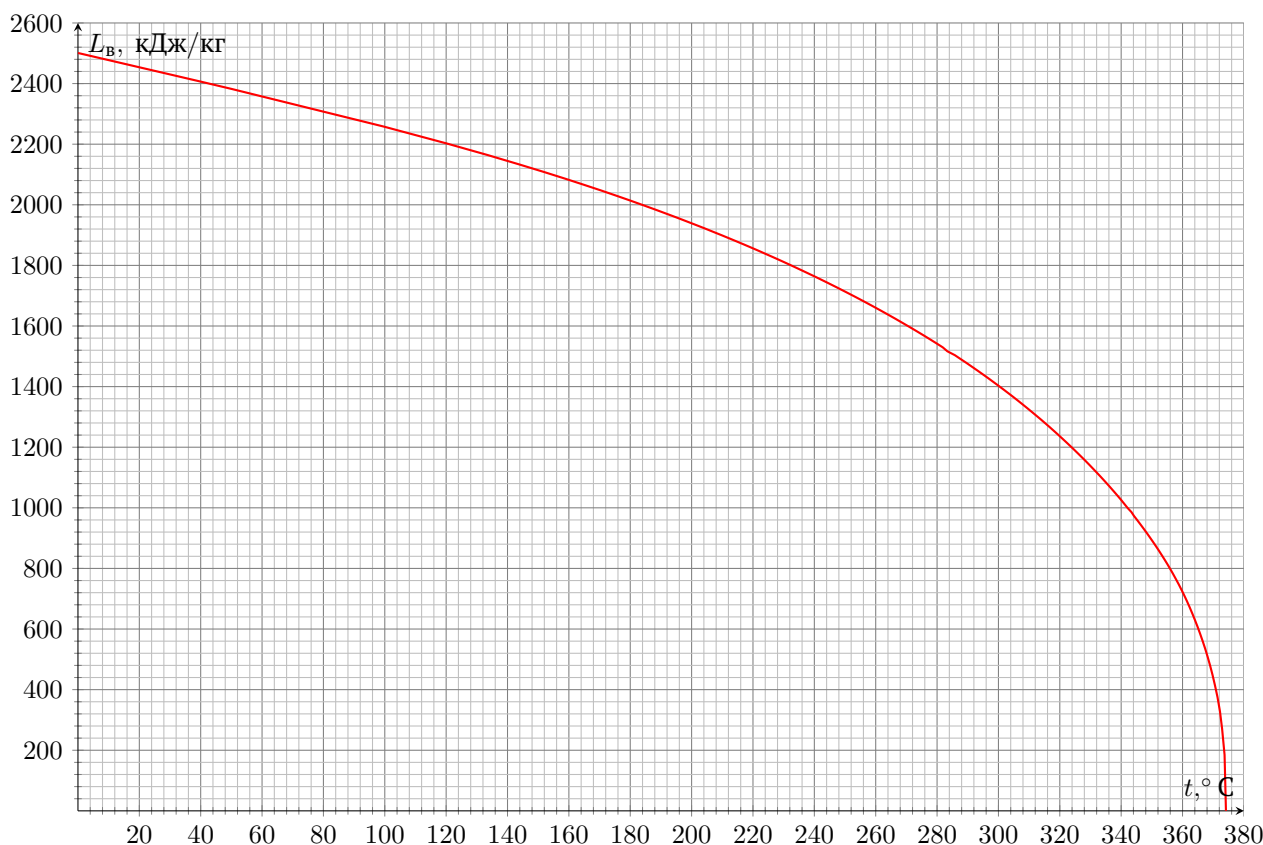
# Road to IPhO

Как уже говорилось ранее, реальным газам свойственен переход в жидкую фазу. В соответствии с требованиями инженеров к рабочим веществам бинарных циклов, опытным путём было установлено, что вода и ртуть компенсируют недостатки друг друга. Вода не удовлетворяет условию низкой теплоемкости в жидкой фазе и обладает низкой критической температурой, но удовлетворяет условию не слишком низкого значения давления в конденсаторе. Ртуть же имеет невысокое давление насыщенных паров при высоких температурах и высокую критическую температуру при сравнительно невысоком давлении, но очень низкое давление насыщенных паров в конденсаторе. В процессе **теплообмена** вода при температурах, близких к критической, обменивается теплом с ртутью при сравнительно невысоких для ртути температурах (порядка  $200 - 300^\circ\text{C}$ ). Во всех последующих частях задачи рассматриваются циклы с водой и ртутью. Индексами "р)" и "в)" будем характеризовать ртутный и водяной циклы соответственно.

Используйте обозначения, численные данные и приближения, описанные ниже:

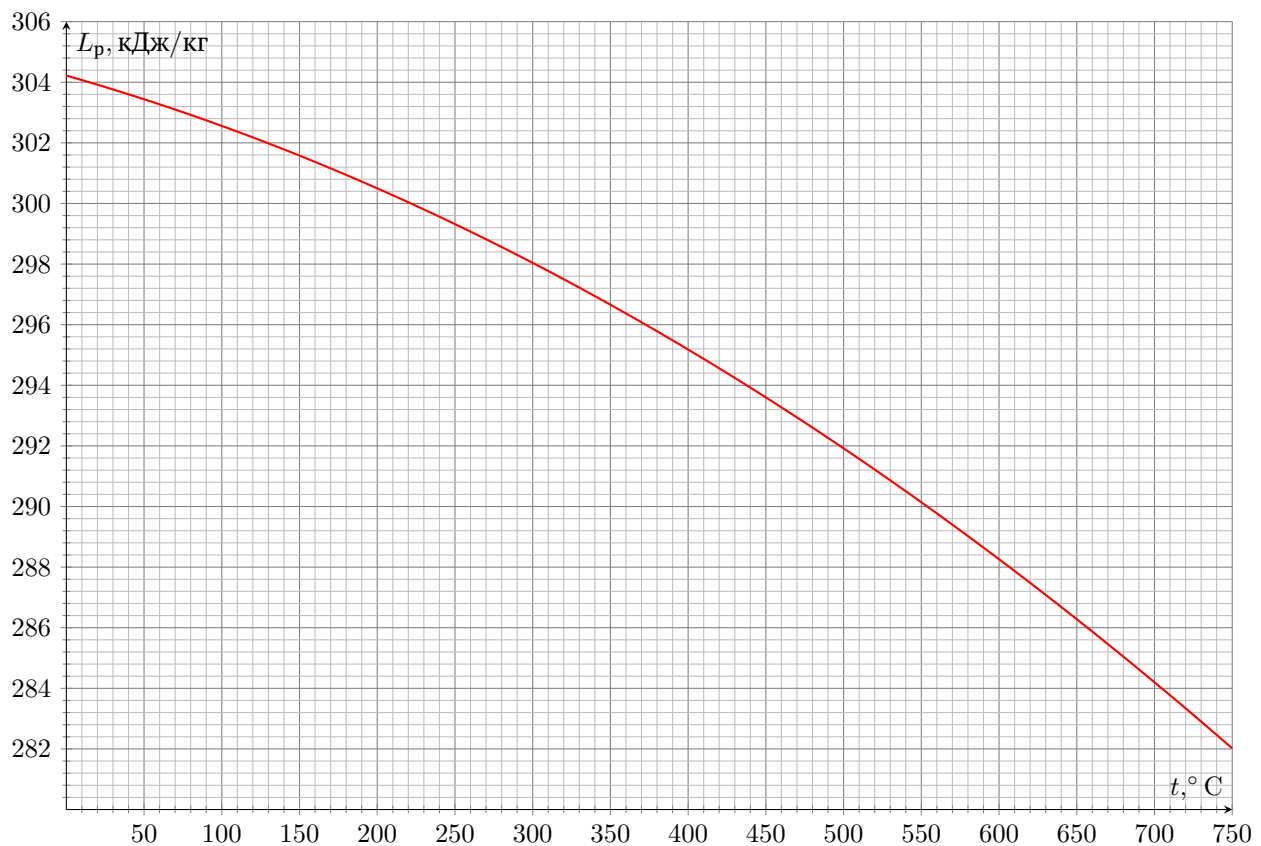
1. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{K})$ ;
2. Показатель адиабаты  $C_p/C_V = \gamma$ ;
3. Удельная теплоёмкость воды в жидкой фазе равна  $c_v = 4190 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$  и постоянна;
4. Молярная масса воды равна  $\mu_v = 18,02 \text{ г}/\text{моль}$ ;
5. Удельная теплоёмкость ртути в жидкой фазе равна  $c_p = 140 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$  и постоянна;
6. Молярная масса ртути равна  $\mu_p = 200,59 \text{ г}/\text{моль}$ ;
7. Всегда считайте пар (как насыщенный, так и ненасыщенный) ртути идеальным одноатомным газом.

Ниже приведены зависимости удельной теплоты парообразования ртути и воды от температуры, а также (на двух графиках, в областях сравнительно малых и больших давлений) зависимости давлений насыщенных паров ртути и воды от температуры:



Зависимость удельной теплоты парообразования воды от температуры

# Road to IPhO



Зависимость удельной теплоты парообразования ртути от температуры

## Часть В. Бинарный газowo-пароводяной цикл (2.5 балла).

В данной части задачи рассматривается бинарный цикл, представляющий собой комбинацию газового и пароводяного циклов. *Примечание:* в данной части задачи и ртуть, и вода всё время целиком находятся в газообразной фазе. Газовый цикл  $a_{(p)} - b_{(p)} - c_{(p)} - d_{(p)} - a_{(p)}$  для ртутного пара состоит из следующих процессов:

1.  $a_{(p)} - b_{(p)}$  – адиабатическое расширение паров ртути;
2.  $b_{(p)} - c_{(p)}$  – изобарное сжатие паров ртути до состояния насыщения;
3.  $c_{(p)} - d_{(p)}$  – адиабатическое сжатие паров ртути;
4.  $d_{(p)} - a_{(p)}$  – изотермическое расширение паров ртути.

Пароводяной цикл  $a_{(в)} - b_{(в)} - c_{(в)} - d_{(в)} - a_{(в)}$  состоит из следующих процессов:

1.  $a_{(в)} - b_{(в)}$  – адиабатическое расширение перегретого (до температуры, выше критической) водяного пара;
2.  $b_{(в)} - c_{(в)}$  – изотермическое сжатие водяного пара до состояния насыщения;
3.  $c_{(в)} - d_{(в)}$  – адиабатическое сжатие водяного пара;
4.  $d_{(в)} - a_{(в)}$  – изобарное нагревание водяного пара.

*Примечание:* в данной части задачи считайте пар воды идеальным многоатомным газом, теплоёмкость которого  $C_V$  не зависит от температуры. Цикл проводится так, что соответствующие температуры связаны следующим образом:

$$t_{a(p)} = t_{d(p)} = t_1 \quad t_{b(в)} = t_{c(в)} = t_2 \quad t_{b(p)} = t_{a(в)} = t_3 \quad t_{c(p)} = t_{d(в)} = t_4$$

Считайте известными следующие данные:

$$t_1 = 640^\circ\text{C} \quad t_2 = 40^\circ\text{C} \quad t_3 = 470^\circ\text{C} \quad t_4 = 230^\circ\text{C}$$

# Road to IPhO

В изобарных процессах между ртутью и водяным паром происходит теплообмен, так что количество теплоты, отведённое от паров ртути на участке  $b_{(p)} - c_{(p)}$  равно количеству теплоты, подведённому к парам воды на участке  $d_{(B)} - a_{(B)}$ :

$$-Q_{bc(p)} = Q_{da(B)}$$

**B1** Найдите отношение масс ртути и воды  $m_{(p)}/m_{(B)}$ , участвующих в цикле.

**0.5**

**B2** Используя графики зависимости давления насыщенных паров ртути и воды от температуры, оцените значения давлений  $p_{c(p)}$  и  $p_{c(B)}$ .

**0.4**

**B3** Найдите КПД ртутного и водяного цикла  $\eta_{(p)}$  и  $\eta_{(B)}$  соответственно.

**0.8**

**B4** Найдите КПД  $\eta_{\text{гп}}$  бинарного газовой-пароводяного цикла. Сравните его с  $\eta_{(p)}$  и  $\eta_{(B)}$ .

**0.8**

В действительности, рассмотренный в части В бинарный цикл работает несколько иначе, поскольку теплоёмкость водяного пара зависит от температуры даже при постоянном давлении. Это связано как с тем, что насыщенный пар воды в действительности не является идеальным газом, так и с тем, что при повышении температуры газа вклад колебательного движения молекул в их кинетическую энергию перестаёт быть пренебрежимо малым, поэтому во всех последующих пунктах задачи считать пар воды идеальным газом уже нельзя. В действительности, молярная теплоёмкость пара воды  $C_V$  зависит как от температуры, так и от давления, однако в рамках задачи при поиске элементарного количества теплоты  $\delta Q$  зависимость  $C_V$  от давления можно считать слабой, а также воспользоваться приближением изменения теплоёмкости скачком:

$$C_V = \begin{cases} 3R & \text{при } t \leq 180^\circ\text{C} \\ 7R/2 & \text{при } t > 180^\circ\text{C} \end{cases}$$

*Примечание:* поскольку теплоёмкость  $C_V$  непрерывно зависит и от температуры, и от давления, любое интегральное уравнение состояния в координатах  $pT$  (к примеру, уравнение Пуассона для адиабатического процесса), применённое при температуре, большей  $t_{\text{crit}} \approx 200^\circ$ , будет давать существенную ошибку и приводить к **весьма парадоксальным результатам!** При температурах, меньших  $t_{\text{crit}}$ , можно с хорошей точностью пользоваться уравнениями состояния даже в координатах  $pT$ .

## Часть С. Цикл Ренкина с промежуточным перегревом пара (2.0 балла).

В данной части задачи рассматривается пароводяной цикл Ренкина  $1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 1$ . Полная последовательность процессов в цикле следующая:

- 1 – 2 – адиабатическое расширение водяного пара;
- 2 – 3 – изотермическое сжатие водяного пара до насыщения и последующая полная конденсация;
- 3 – 4 – адиабатическое сжатие воды (изменением температуры можно пренебречь);
- 4 – 5 – изобарное нагревание воды до температуры кипения;
- 5 – 6 – изобарное испарение воды;
- 6 – 1 – изобарное нагревание водяного пара.

Температура в точке 1 равна  $t_1 = 630^\circ\text{C}$ . В точке 3 давление в системе равно  $p_3 = 16$  кПа, а в точке 4 –  $p_4 = 2,8$  Мпа. Цикл проводится с массой  $m_B = 17$  кг.

**C1** Найдите температуры системы в точках 2, 3, 4, 5 и 6.

**0.4**

**C2** Найдите количество теплоты  $Q_+$ , подведённое к системе за цикл.

**0.6**

**C3** Найдите количество теплоты  $Q_-$ , отведённое от системы за цикл.

**0.8**

**C4** Найдите работу газа  $A$  за цикл и его КПД  $\eta_2$ .

**0.2**

# Road to IPhO

## Часть D. Бинарный цикл Ренкина (3.5 балла)

В данной части задачи мы рассмотрим бинарный цикл Ренкина для ртути и воды. Процессы ртутного цикла  $a_p - b_p - c_p - d_p - e_p - a_p$ :

1.  $a_p - b_p$  – адиабатическое расширение ртутного пара;
2.  $b_p - c_p$  – изотермическое сжатие ртутного пара с последующей полной конденсацией;
3.  $c_p - d_p$  – адиабатическое сжатие жидкой фазы ртути (изменением температуры можно пренебречь);
4.  $d_p - e_p$  – изобарное нагревание жидкой фазы ртути;
5.  $e_p - a_p$  – полное испарение жидкой фазы ртути.

Процессы водяного цикла  $a_v - b_v - c_v - d_v - e_v - f_v - a_v$ :

1.  $a_v - b_v$  – адиабатическое расширение водяного пара;
2.  $b_v - c_v$  – изотермическое сжатие водяного пара до насыщения и последующая полная конденсация;
3.  $c_v - d_v$  – адиабатическое сжатие воды (изменением температуры можно пренебречь);
4.  $d_v - e_v$  – изобарное нагревание воды до температуры кипения;
5.  $e_v - f_v$  – изобарное испарение воды;
6.  $f_v - a_v$  – изобарное нагревание водяного пара.

Циклы проводятся согласованно и таким образом, что количество теплоты, отведённое от ртути на участке  $b_p - c_p$  равно количеству теплоты, подведённому к парам воды на участке  $e_v - f_v$ :

$$-Q_{bc(p)} = Q_{ef(v)}$$

Процессы  $b_p - c_p$  и  $e_v - f_v$  проводятся при одинаковой температуре.

Давления в точках  $b_v$ ,  $c_v$  и  $e_v$  водяного цикла равны соответственно:

$$p_{b(v)} = 25 \text{ кПа} \quad p_{c(v)} = 88 \text{ кПа} \quad p_{e(v)} = 1,2 \text{ МПа}$$

Отношение масс ртути и воды  $m_p/m_v = 10,3$

**D1** Найдите температуры в точках  $b_v$ ,  $c_v$ ,  $d_v$ ,  $e_v$ ,  $f_v$  водяного цикла.

**0.2**

**D2** Найдите температуру в точке  $a_v$  водяного цикла.

**1.0**

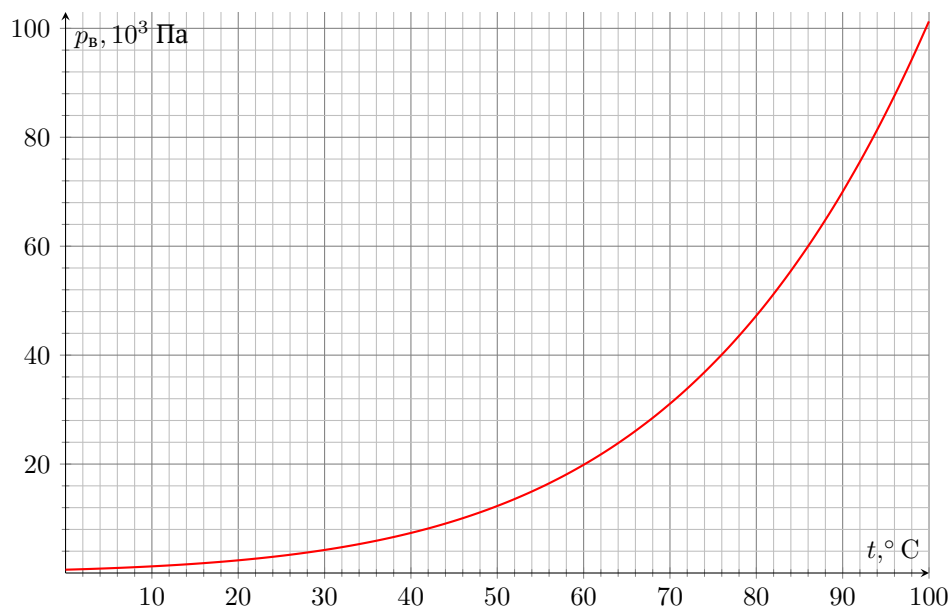
**D3** Найдите давление ртути на участке  $d_p - e_p - a_p$ .

**1.3**

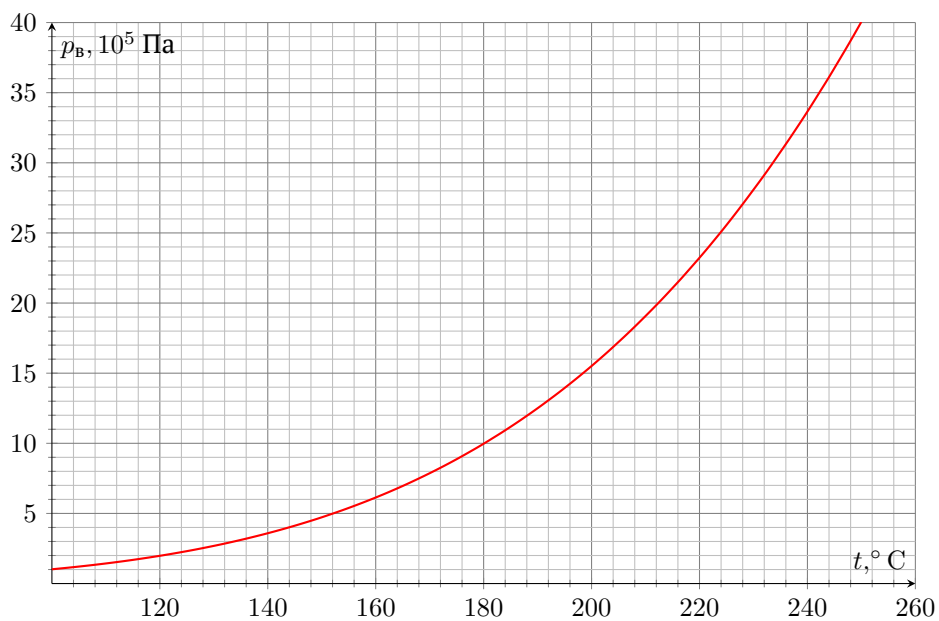
**D4** Найдите КПД бинарного цикла Ренкина с ртутью и водой  $\eta_3$ .

**1.0**

# Road to IPhO

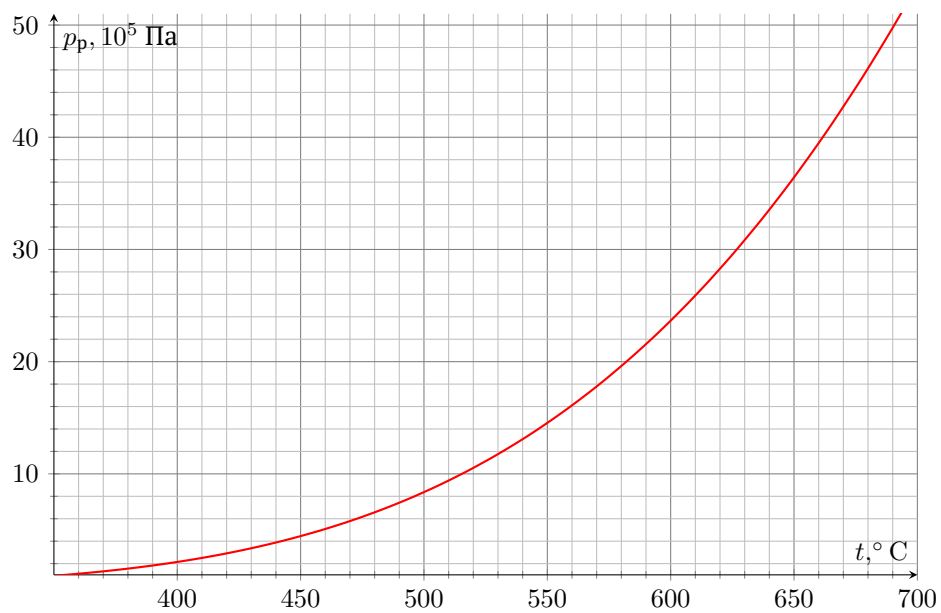


Зависимость давления насыщенного пара воды при низких температурах

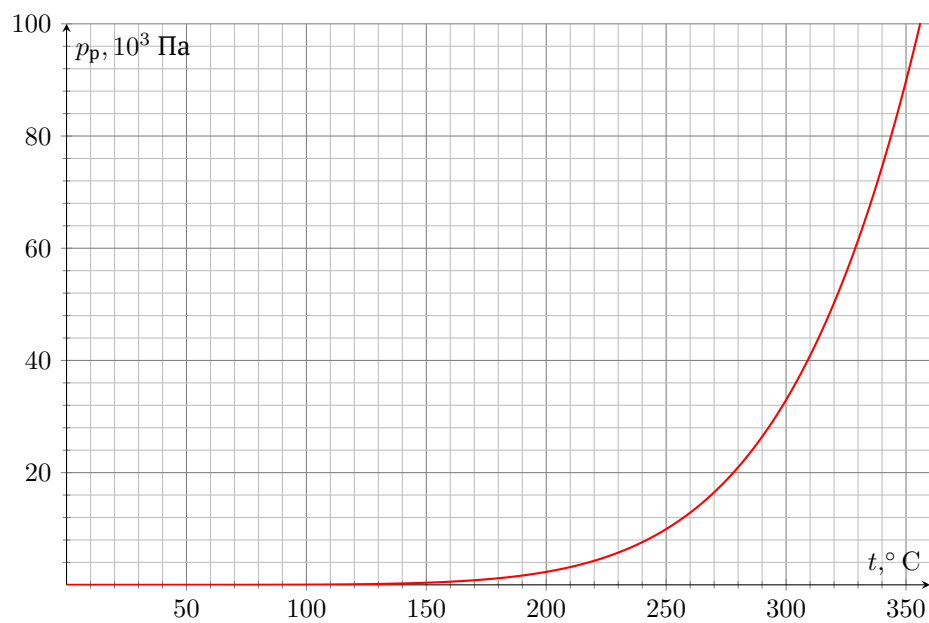


Зависимость давления насыщенного пара воды при высоких температурах

# Road to IPhO



Зависимость давления насыщенного пара ртути при низких температурах



Зависимость давления насыщенного пара ртути при высоких температурах