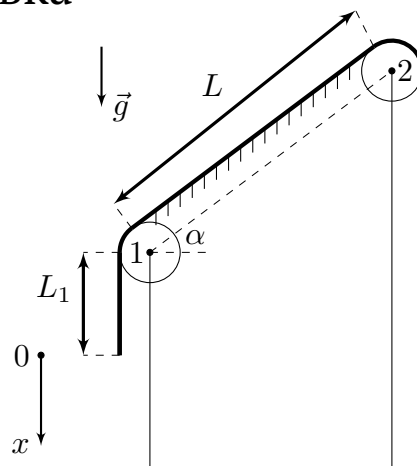


Соскальзывающая верёвка

Гладкая наклонная плоскость образует угол α с горизонтом. Поверхность наклонной плоскости плавно переходит в два касающихся её невесомых блока 1 и 2, радиус которых можно считать пренебрежимо малым.

Через блоки перекинута гибкая верёвка с постоянной линейной плотностью массы λ , концы которой изначально расположены на одной горизонтали. Длина свисающей слева части верёвки равна L_1 , а длина участка наклонной плоскости – L . Ускорение свободного падения g . Обозначим за x перемещение вниз левого конца верёвки от начального положения (см. рис).

Данная задача посвящена изучению динамики верёвки.



Часть А. Невесомые блоки (7.5 балла)

Верёвку выводят из положения равновесия, сообщив ей малую скорость так, что её левый конец начал опускаться. Считайте, что верёвка при движении не отрывается от блоков.

A1 Определите скорость v и тангенциальное ускорение a верёвки в момент, когда левый конец опускается на величину x . Ответ выразите через g , L_1 , L , α и x . 1.5

A2 Определите величину смещения левого конца верёвки x_1 в тот момент времени, когда натяжение участка веревки, лежащего на наклонной плоскости, постоянно по длине этого участка. Ответ выразите через L_1 , L и α . 0.8
При каких соотношениях L_1 , L и α величина x_1 меньше начальной длины правого участка верёвки?

A3 Определите максимальную силу натяжения верёвки в момент времени, когда ее левый конец сместился на расстояние x . Ответ выразите через λ , g , L_1 , L , α и x . 1.5

Полученные выражения применимы, пока верёвка движется без отрыва от блоков.
Теперь исследуем, при каких условиях произойдет отрыв.

A4 Определите величины смещения $x_{\max(1)}$ и $x_{\max(2)}$ левого конца верёвки, при котором она начинает терять контакт с блоками 1 и 2 соответственно, считая, что с другим блоком при этом контакт сохраняется. Ответы выразите через L_1 , L и α . 2.5

Далее считайте, что $L = 2L_1$. Величина $L = 1$ м, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

A5 Рассчитайте скорость верёвки в момент её отрыва от одного из блоков, если наклонная плоскость образует с горизонтом углы $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$. 1.2

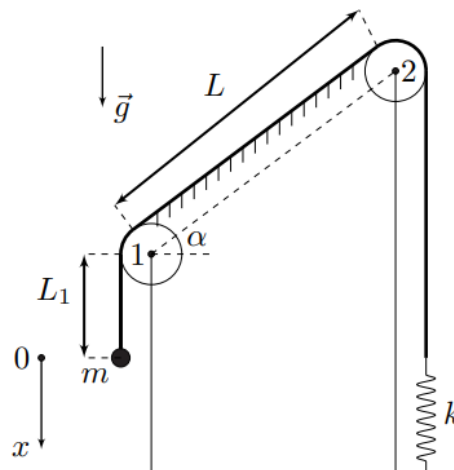
Часть В. Движение с пружиной и грузом (4.5 балла)

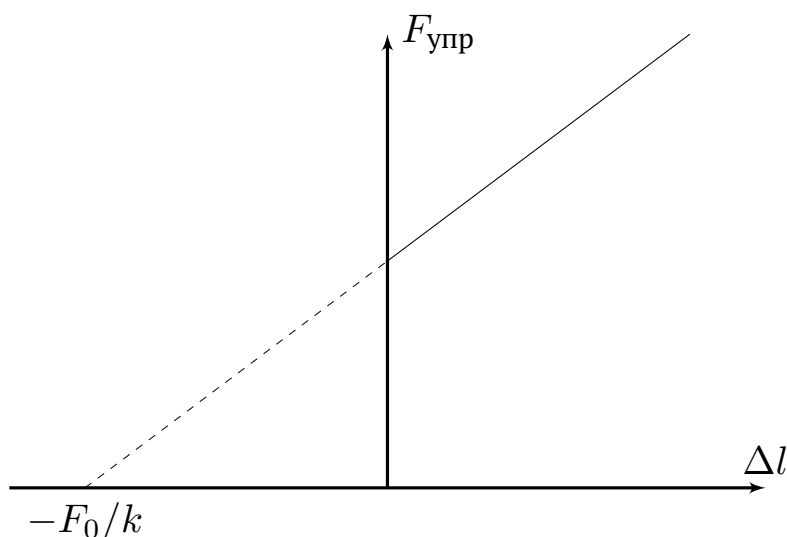
В данной части задачи к левому концу верёвки прикреплен груз массой m , а к правому концу верёвки – невесомая пружина.

Рассматриваемая пружина начинает растягиваться, только если приложить к ее концам силу больше некоторой минимальной величины F_0 , а сжиматься она не может. Качественный график зависимости силы упругости пружины от её удлинения приведён на рисунке ниже. Величину F_0 ($F_0 < mg$) и коэффициент жёсткости пружины k ($k = \Delta F / \Delta l$) считайте заданными.

Второй конец пружины закреплён, пружина ориентирована вертикально.

Геометрические размеры веревки и ее начальное положение такие же, как и в части А.





B1 Определите величину смещения x_0 левого конца верёвки, соответствующую положению равновесия системы. Ответ выразите через $m, \lambda, L_1, L, \alpha, g, k$ и F_0 . **0.8**

B2 Положение равновесия из предыдущего пункта существует, если жесткость пружины превышает некоторое минимальное значение k_{\min} . Определите k_{\min} . Ответ выразите через $m, \lambda, L_1, L, \alpha, g, k$ и F_0 . Далее везде считайте, что $k > k_{\min}$. **0.7**

Обозначим потенциальную энергию груза и верёвки в поле тяжести за $W_{p(r)}$ и $W_{p(b)}$ соответственно, а потенциальную энергию деформации пружины – за $W_{p(пр)}$.

Потенциальная энергия W_p всей системы является их суммой:

$$W_p = W_{p(r)} + W_{p(b)} + W_{p(пр)}.$$

B3 Найдите изменение потенциальной энергии системы ΔW_p при смещении левого конца верёвки на величину x . Ответ выразите через $m, \lambda, L_1, L, \alpha, g, k, F_0$ и x . **0.8**

B4 Если принять потенциальную энергию W_p в положении равновесия равной нулю, то она представима в виде: **0.7**

$$W_p = \frac{A(x - B)^2}{2}.$$

Определите A и B . Ответы выразите через $m, \lambda, L_1, L, \alpha, g, k$ и F_0 .

Параметры системы таковы, что если её без начальной скорости отпустить из начального положения, то правый конец нити не достигает уровня блока 2.

B5 Определите максимальную скорость груза v_{\max} и его смещение от начального положения x_{\max} , если систему отпустить без начальной скорости. Ответы выразите через $m, \lambda, L_1, L, \alpha, g, k$ и F_0 . **0.5**

B6 Какую минимальную скорость v_{\min} должен иметь груз в начальном положении, чтобы правый конец нити достиг уровня блока 2? Ответ выразите через $m, \lambda, L_1, L, \alpha, g, k$ и F_0 . **1.0**