

Road to IPhO

Проводники в проводящей жидкости

В этой задаче мы будем исследовать систему, состоящую из двух проводящих тел, погруженных в однородную слабопроводящую жидкость. Если между этими телами приложить постоянную разность потенциалов, то в системе возникнут электрическое и магнитное поля.

A1 Сначала рассмотрим находящуюся в вакууме длинную равномерно заряженную прямую нить (с линейной плотностью заряда λ). Вычислите электрическое поле $\vec{E}(\vec{r})$ этой нити. **0.4**

A2 Потенциал $V(r)$ поля заряженной нити можно представить в виде **0.4**

$$V(r) = f(r) + K,$$

где K – постоянный коэффициент. Получите явный вид функции $f(r)$.

A3 Пусть две бесконечные прямые нити, равномерно заряженные с линейными плотностями λ и $-\lambda$, параллельны оси z , имеют координаты на оси $y = 0$, а на оси x : $x = -b$ и $x = b$, соответственно. Вычислите для всего пространства потенциал $V(x, y, z)$ поля этих нитей. Считайте, что в начале координат потенциал $V = 0$. Изобразите на рисунке эквипотенциальные поверхности этого поля. **0.7**

Примечание: При ответе на следующие вопросы не учитывайте краевые эффекты.

A4 Теперь рассмотрим два одинаковых проводящих цилиндра радиуса $R = 3a$, находящихся в вакууме. Считайте, что длины l обоих цилиндров одинаковы и $l \gg R$. Оси обоих цилиндров параллельны оси z , лежат в плоскости (x, z) и на оси x имеют координаты $x = -5a$ и $x = 5a$ соответственно. Между цилиндрами с помощью батареи создана разность потенциалов V_0 (примите, что цилиндр с координатой $x = -5a$ имеет больший потенциал). Вычислите, пренебрегая краевыми эффектами, потенциал V во всех точках пространства. Считайте, что в начале координат потенциал $V = 0$. **2.0**

A5 Вычислите емкость C системы цилиндров. **0.5**

A6 Пусть теперь пространство между цилиндрами заполнено слабо проводящей жидкостью с удельной проводимостью σ . Вычислите силу тока, протекающего между цилиндрами. Считайте, что диэлектрическая проницаемость жидкости равна диэлектрической проницаемости вакуума $\varepsilon = 1$. **1.0**

A7 Вычислите сопротивление R системы. Вычислите RC системы. **0.5**

A8 Вычислите магнитное поле \vec{B} , созданное электрическим током (смотрите пункт A6). Считайте, что магнитная проницаемость жидкости равна магнитной проницаемости вакуума $\mu = 1$. **1.5**

Примечание:

$$\int \frac{a \, dx}{a^2 + x^2} = \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{a} \right) + \operatorname{const}.$$