

Road to IPhO

Асинхронный электродвигатель

Электродвигатели – это устройства, преобразующие электрическую энергию в механическую, на сегодняшний день совершенно незаменимые в быту и в производстве. В этой задаче мы рассмотрим одну из их разновидностей – асинхронный двигатель.

Принцип работы асинхронного двигателя упрощённо показан на рисунке 1. Постоянный магнит вращается вокруг оси симметрии, и между его полюсами помещена прямоугольная катушка $ABCD$, которая может вращаться без трения вокруг той же оси. Создаваемое около катушки магнитное поле можно считать однородным и постоянным по величине. При протекании по рамке тока магнитное поле создаёт момент силы, стремящийся повернуть её вокруг оси вращения.

Обозначим ось вращения катушки как z , как показано на рисунке 2. Магнитное поле имеет индукцию B , перпендикулярно оси z и вращается вокруг неё с угловой скоростью ω_B . Направление поля будем задавать углом θ_B , который оно образует с осью x (будем считать $\theta_B(t=0) = 0$). Количество витков в катушке равно n , а её сопротивление равно R . $AB = a$, $BC = b$.

В пунктах **A1–A2** катушка считается зафиксированной перпендикулярно оси z .

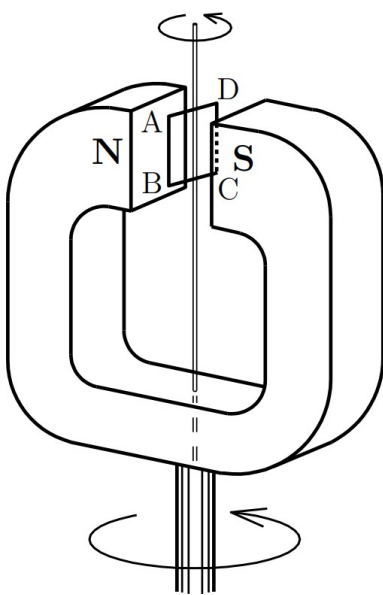


Рис. 1

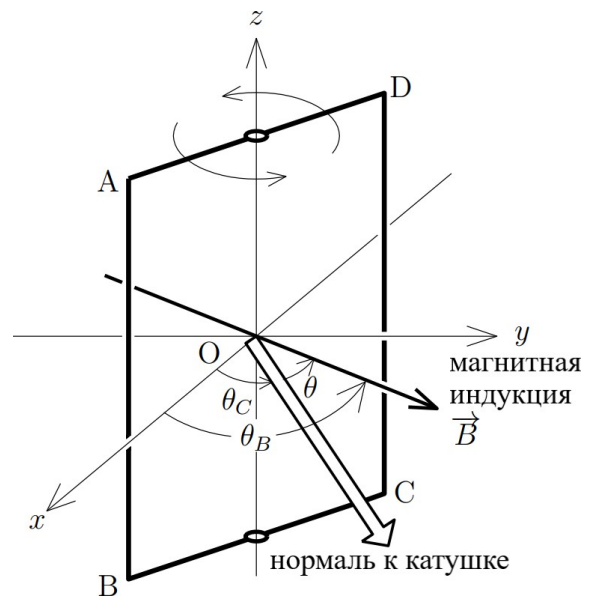


Рис. 2

A1 Найдите ток $I(t)$, протекающий через катушку. В каком направлении течёт этот ток при $\theta = \frac{\pi}{2}$, $A \rightarrow B$ или $B \rightarrow A$? **0.8**

A2 Найдите суммарный момент $N(t)$ сил, действующих на рамку. **0.6**

В дальнейшем считайте, что катушка может вращаться вокруг оси z без трения. Угол между нормалью к катушке и осью x обозначим θ_C .

A3 Выразите угол θ между магнитным полем и нормалью к поверхности катушки через ω_B , t и θ_C и найдите индукционный ток $I(t)$, протекающий через неё. **0.8**

A4 Найдите крутящий момент $N(t)$, создаваемый катушкой. Выразите ответ через ω_B , t и θ_C . **0.6**

Хотя $N(t)$ и осциллирует, можно считать, что в реальном асинхронном двигателе катушка вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_C (> 0)$.

A5 Найдите среднее по времени значение \bar{N} крутящего момента при постоянной угловой скорости ω_C вращения катушки. **0.6**

Road to IPhO

Теперь учтём **самоиндукцию** катушки: будем считать её индуктивность равной L .

A6 Покажите, что для тока $I(t)$ можно получить следующее дифференциальное уравнение: **0.9**

$$\alpha \frac{d}{dt} I(t) + I(t) = \beta \omega \sin \omega t.$$

Выразите α , β и ω через B , n , S , ω_B , ω_C , R и L .

A7 Решение уравнения, записанного в предыдущем пункте, можно представить в виде **0.9**

$$I(t) = f \sin \omega t + g \cos \omega t.$$

Выразите f и g через α , β и ω .

A8 Выразите среднее по времени значение \overline{N} крутящего момента с учётом самоиндукции через ω_B , ω_C , n , S , B , R и L . Начертите график зависимости \overline{N} от ω . **0.6**

Рассмотрим теперь асинхронный двигатель с энергетической точки зрения.

A9 Из закона сохранения энергии выведите уравнение, связывающее средний крутящий момент \overline{N} , угловые скорости поля ω_B и катушки ω_C , среднее значение $\overline{I^2}$ тока через катушку и её сопротивление R . **0.6**

A10 Найдите мощность \mathcal{P} Джоулевых потерь в обмотке катушки. Выразите ответ через ω_B , ω_C , n , S , B , R и L . **0.6**

В реальном асинхронном двигателе электромагниты остаются неподвижны, а вращающееся поле создаётся за счёт пропускания переменного тока с фазовыми сдвигами $\frac{2\pi}{3}$ относительно друг друга через три одинаковых катушки (рисунок 3). Такой переменный ток называется трёхфазным и используется практически повсеместно.

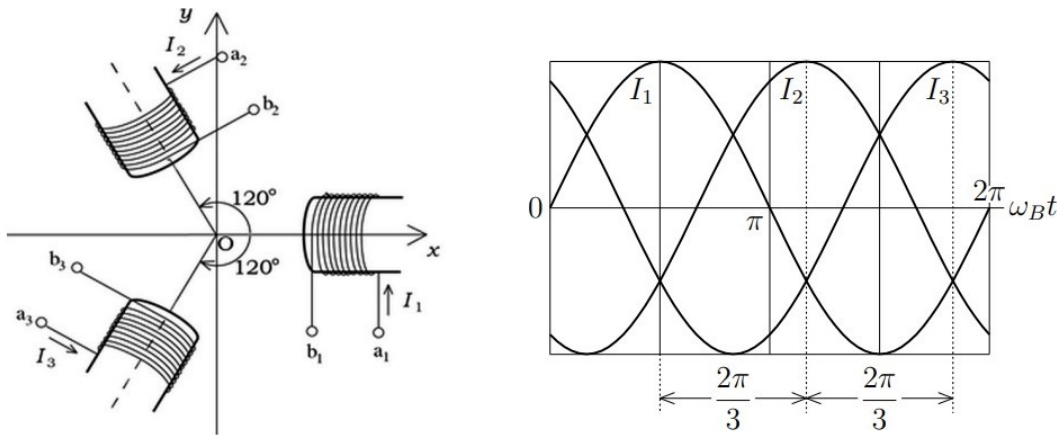


Рис. 3