

Road to IPhO

Два спутника

В 1973 году был предложен способ вывода спутников на гиперболическую орбиту с помощью гравитационного манёвра, который Вам предлагается проанализировать.

В рамках данной задачи исследуется движение двух спутников 1 и 2, запущенных с противоположных полюсов Земли с одинаковыми по модулю и направлению скоростями v по касательной к ней. Спутник 2 выводят на орбиту через малое время τ после запуска первого.

Если на орбиту вывести только один из спутников, то его траектория будет представлять собой параболу.

Масса спутника 1 равна M_1 , а спутника 2 — $M_2 \gg M_1$.

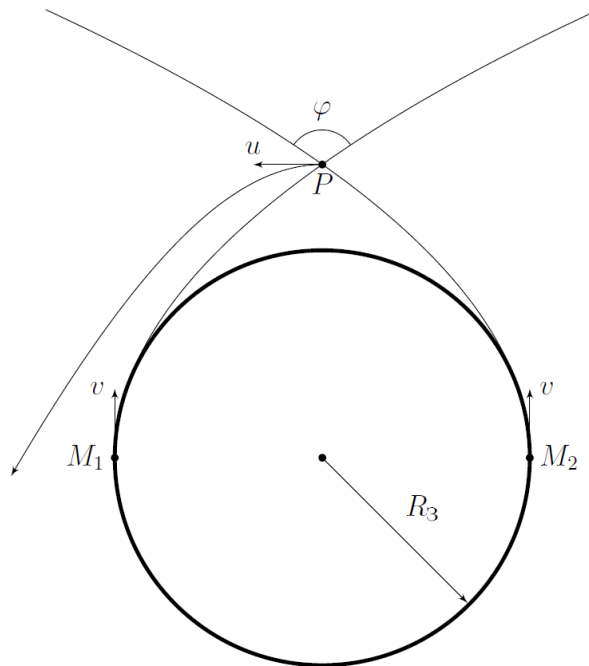
Сопротивлением газа в атмосфере можно пренебречь, как и влиянием гравитационного притяжения со стороны других тел.

Масса Земли $M_3 \gg M_2$, радиус Земли — R_3 , гравитационная постоянная — G .

Обозначим за P точку пересечения эллиптических орбит спутников, а за φ - угол между направлениями их скоростей в данной точке.

Движение спутника 1 состоит из трёх участков:

1. Движение по параболической орбите;
2. Взаимодействие со спутником 2 вблизи точки P ;
3. Дальнейшее движение по гиперболической орбите в поле тяжести Земли.



Часть А. Траектория одного из спутников (3.3 балла)

В данной части задачи вам предстоит приближённо описать траекторию спутников до точки пересечения P их орбит.

A1 Чему равна скорость спутников v в момент запуска? Ответ выразите через G , M_3 и R_3 .

0.4

A2 На каком расстоянии от центра Земли R_0 находится точка P пересечения траекторий спутников? Ответ выразите через R_3 .

0.6

Road to IPhO

A3 Чему равен угол φ между направлениями скоростей спутников в точке P ? **0.8**

A4 Найдите время t_0 , через которое спутники достигают точки P . Ответ выразите через G , R_3 и M_3 . **1.5**

Здесь и далее считайте, что $\tau \ll t_0$. При приближении спутников к точке P их взаимодействием с Землёй можно пренебречь.

Часть В. Взаимодействие спутников (4.0 балла)

B1 Считая, что вблизи точки P спутники двигались вдоль прямых, направления которых совпадали с направлениями их скоростей в данной точке, найдите относительную скорость спутников v_0 , а также минимальное расстояние b между ними, пренебрегая их гравитационным взаимодействием. **0.7**

Ответ выразите через v и τ .

Далее считайте, что в системе отсчёта спутника 2 орбита спутника 1 представляет собой гиперболу с прицельным параметром b на их бесконечно большом удалении. Также считайте, что на бесконечно большом удалении относительная скорость спутников равна v_0 , найденной в предыдущем пункте.



Когда взаимодействием спутников 1 и 2 вновь можно пренебречь, скорость спутника 1 в системе отсчёта Земли равна u и направлена перпендикулярно линии, соединяющей его с Землёй.

B2 Найдите u . Ответ выразите через v . **1.0**

B3 Найдите τ . Ответ выразите через G , M_2 , M_3 и R_3 . **2.3**

Часть С. Повторное движение в поле тяжести Земли (2.7 балла)

После взаимодействия со спутником 2 орбита спутника 1 в поле тяжести Земли представляет собой гиперболу.

C1 Найдите скорость v_∞ спутника 1 на бесконечно большом удалении от Земли. Ответ выразите через v . **1.0**

C2 Найдите угол φ_∞ между векторами \vec{u} и \vec{v}_∞ . **1.5**

C3 Возможно ли действительно вывести спутник на орбиту таким образом? Ответ обоснуйте. **0.2**