

Road to IPhO

Колебания в заряженном цилиндре

Вам может понадобиться интеграл:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \operatorname{arth} \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} + \operatorname{const},$$

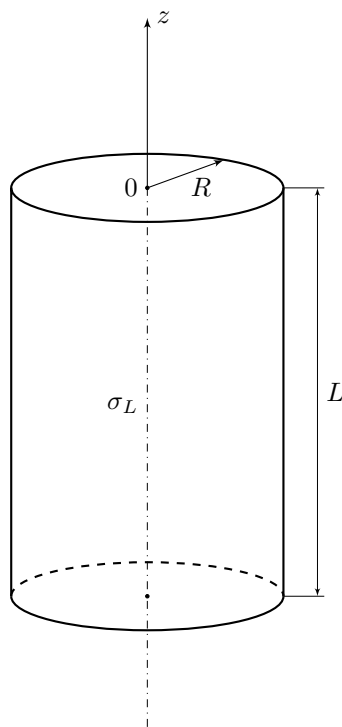
где $\operatorname{arth} y$ обозначает обратный гиперболический тангенс числа y .

A1 Диск радиусом R заряжен поверхностной плотностью заряда σ_R . Определите потенциал $\varphi(y)$ в точке на оси на расстоянии y от центра диска. Потенциал равен нулю на бесконечности. **0.5**

A2 Два таких диска радиусом R заряжены поверхностной плотностью заряда $\sigma_R > 0$ находятся параллельно друг другу. Расстояние между центрами дисков равно $2L$, центры находятся на оси дисков. В положении равновесия находится заряд q массой m , который может двигаться только вдоль оси дисков. Определите угловую частоту ω_1 колебаний такого заряда. Какой знак заряда? **1.0**

A3 Теперь этот заряд может двигаться только в перпендикулярном направлении. Выразите угловую частоту ω_2 колебаний в таком случае через ω_1 . Какой теперь знак заряда? **1.0**

B1 Боковая поверхность цилиндра радиусом R и длиной L заряжена поверхностной плотностью заряда σ_L . Определите потенциал в точке на оси на расстоянии z от центра одного из оснований цилиндра. Потенциал равен нулю на бесконечности. **1.0**

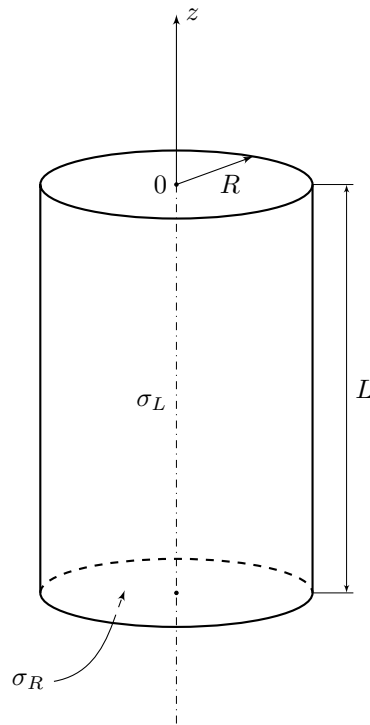


B2 Два таких цилиндра (радиусом R и длиной L , поверхность заряжена поверхностной плотностью заряда $\sigma_L > 0$) поставлены рядом вплотную и имеют общую ось. В положении равновесия находится заряд q массой m , который может двигаться только вдоль оси цилиндров. Определите угловую частоту ω_3 колебаний такого заряда. Какой знак заряда? **1.0**

B3 Теперь этот заряд может двигаться только в перпендикулярном направлении. Выразите угловую частоту ω_4 колебаний в таком случае через ω_3 . Какой теперь знак заряда? **0.5**

Road to IPhO

- C1** Заряженный цилиндр радиусом R высотой $L = 40R/9$ состоит из боковой поверхности и одного основания. Поверхностная плотность заряда боковой поверхности σ_L , основания σ_R . Если поместить точечный заряд в центр противоположного основания, то он окажется в положении равновесия. Определите отношение σ_L/σ_R . **1.5**



- C2** Заряженный цилиндр радиусом $R = 28b$ высотой $L = 45b$ состоит из боковой поверхности и одного основания. Заряд боковой поверхности $\sigma_L = -8\sigma_0$, заряд основания $\sigma_R = 25\sigma_0 > 0$. На оси этой системы помещают частицу с зарядом $q > 0$. Определите численно (с 5 значащими цифрами) координаты z (в единицах b) положений равновесия если частица может двигаться только вдоль оси. Координата z отсчитывается как на картинке. **2.5**

- C3** В условиях предыдущего пункта частицу поместили в ближайшее к цилиндру положение равновесия, её масса m . Определите угловую частоту ω малых колебаний частицы. **1.0**