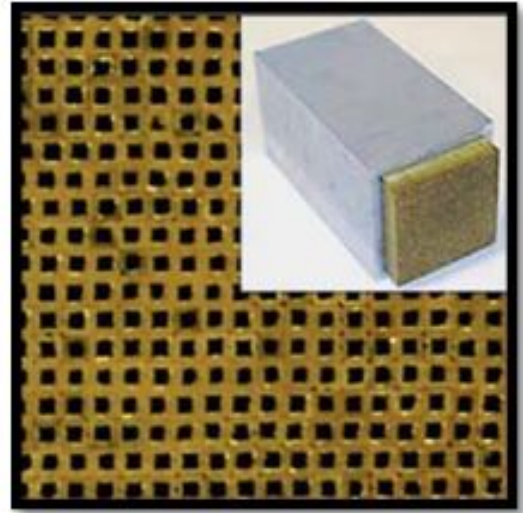


# Road to IPhO

## Метаматериалы

Метаматериал — композиционный материал, свойства которого обусловлены не столько свойствами составляющих его элементов, сколько искусственно созданной периодической структурой. Метаматериалы синтезируются в современных нанолaborаториях внедрением в исходный природный материал различных периодических структур с самыми различными геометрическими формами, которые модифицируют физические свойства исходного материала. В очень грубом приближении такие внедрения можно рассматривать как искусственно внесенные в исходный материал атомы чрезвычайно больших размеров. Разработчик метаматериалов при их синтезировании имеет возможность варьирования различных свободных параметров (размеры структур, форма, постоянный и переменный период между ними и т.д.).

В одной из нанолaborаторий был получен метаматериал, из которого изготовили проводник длиной  $L = 5.00$  см и радиусом  $R = 1.00$  мм, проводимость которого зависит от расстояния до оси по закону  $\sigma_0 = \beta r$ . Свойства проводника были экспериментально определены и представлены в следующей таблице:



Физическая величина	Значение
Проводимость $\sigma_0 = \beta r$	$\beta = 1.00 \cdot 10^9$ См/м <sup>2</sup>
Коэффициент теплоотдачи	$\alpha = 20$ Вт/(м <sup>2</sup> · К)
Коэффициент теплопроводности	$k = 0.01$ Вт/(м · К)
Модуль Юнга	$E = 1.00 \cdot 10^7$ Па
Коэффициент линейного расширения	$\gamma = 1.00 \cdot 10^{-6}$ К <sup>-1</sup>

**A1** Найдите аналитическую формулу для полного сопротивления проводника  $R_0$  и рассчитайте его численное значение. **1.0**

По проводнику пропускают ток силой  $I = 1$  А. Известно, что теплообмен с окружающей средой происходит по закону Ньютона–Рихмана

$$P_{\text{exp}} = \alpha(T_s - T_0),$$

где  $P_{\text{ext}}$  — мощность потерь с единицы поверхности проводника с температурой поверхности  $T_s$ ,  $T_0 = 293$  К — температура окружающей среды,  $\alpha$  — некоторая постоянная, называемая коэффициентом теплоотдачи.

**A2** Найдите аналитическую формулу для температуры поверхности проводника  $T_s$  и рассчитайте ее численное значение. **1.0**

Температура проводника меняется с глубиной вследствие явления теплопроводности, которое описывается следующим законом Фурье

$$P = -kS \frac{\Delta T}{\Delta x},$$

где  $P$  — мощность теплового потока между гранями параллелепипеда площадью  $S$ ,  $\Delta T$  — перепад температур между гранями параллелепипеда, расположенными на расстоянии  $\Delta x$  друг от друга,  $k$  — коэффициент теплопроводности.

**A3** Найдите аналитическую формулу для температуры в центре проводника  $T_{\text{max}}$  и рассчитайте ее численное значение. **2.5**

**A4** Найдите аналитическую формулу для изменения радиуса проводника  $\delta R_T$ , обусловленного тепловым расширением, и рассчитайте его численное значение. **0.5**

# Road to IPhO

**Внимание! В дальнейших расчетах считайте проводник бесконечно длинным.**

**A5** Найдите зависимость индукции магнитного поля  $B(r)$  внутри проводника в зависимости от расстояния  $r$  до его оси. **0.5**

**A6** Найдите аналитическую формулу для энергии магнитного поля  $W_B$  внутри проводника и рассчитайте ее численное значение. **1.0**

**A7** В результате пропускания электрического тока по проводнику в нем возникает механическое напряжение. Найдите зависимость давления  $p(r)$  внутри проводника в зависимости от расстояния  $r$  до его оси. **1.0**

**A8** Найдите аналитическую формулу для механической энергии деформаций проводника  $W_\sigma$  и рассчитайте ее численное значение. **1.0**

**A9** Найдите аналитическую формулу для изменения радиуса проводника  $\delta R_\sigma$ , обусловленного механическими напряжениями, и рассчитайте его численное значение. **1.0**

**A10** Найдите величину коэффициента теплового расширения  $\gamma$ , при которой радиус проводника не изменился бы при пропускании через него электрического тока. **0.5**

**Примечание:** Значение магнитной постоянной равно  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.