

Road to IPhO

Влажная адиабатическая атмосфера (8 баллов)

Адиабатическая атмосфера – атмосфера, находящаяся в равновесии, в которой возможные перемещения воздушных масс происходят без теплообмена друг с другом.

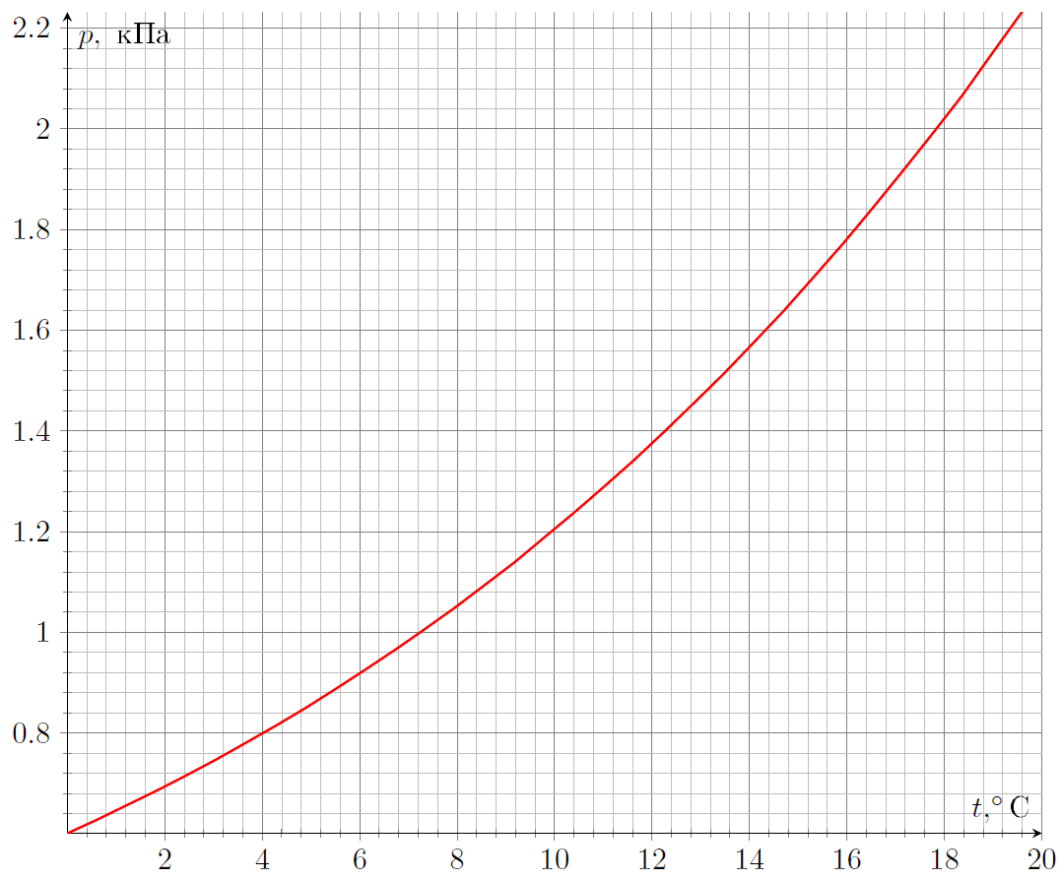
В стандартной модели адиабатической атмосферы рассматривается равновесие сухого воздуха. В действительности, в воздухе содержится водяной пар, который, достигая насыщения, конденсируется. Конденсация пара приводит к тому, что величина температурного градиента существенно отличается от полученного в модели сухого воздуха. Учёт содержания водяных паров в атмосфере и является основой данной задачи.

Во всех пунктах задачи считайте для любой точки атмосферы верным, что:

1. температуры воздуха и водяных паров равны;
2. отношение плотности водяных паров к плотности воздуха $\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} = \alpha \ll 1$.

Считайте известными следующие данные:

1. ускорение свободного падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$;
2. атмосферное давление на поверхности Земли $p_0 = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Па}$;
3. ненасыщенный водяной пар является идеальным трёхатомным газом с молярной массой $\mu_{\text{п}} = 18 \text{ г/моль}$ с показателем адиабаты $\gamma_{\text{п}}$;
4. воздух является идеальным двухатомным газом с молярной массой $\mu_{\text{в}} = 29 \text{ г/моль}$ с показателем адиабаты $\gamma_{\text{в}}$;
5. универсальная газовая постоянная $R = 8.31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$;
6. удельная теплоёмкость воды равна $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ и не зависит от температуры;
7. удельная теплота парообразования воды при $T_n = 273 \text{ К}$ равна $\lambda_n = 2.491 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$;
8. график зависимости давления водяных паров от температуры $p_{\text{н.п}}(T)$ в диапазоне температур $273 \text{ К} - 293 \text{ К}$ представлен на рисунке ниже:



Road to IPhO

Часть А. Определение точки конденсации (2.5 балла)

Рассмотрим адиабатическую атмосферу, состоящую из сухого воздуха. На поверхности Земли температура воздуха равна T_0 .

A1 Найдите температуру воздуха T_B на высоте h над поверхностью Земли. Ответ выразите через T_0 , g , μ_B , R и показатель адиабаты γ_B . **1.0**

Далее в рамках данной части задачи температура зависит от высоты по закону, найденному в пункте **A1**.

Также в рамках данной части задачи считайте, что механически водяной пар не взаимодействует с воздухом.

Пусть относительная влажность паров $\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{н.п}}}$ на поверхности Земли равна φ_0 .

A2 Найдите зависимость давления водяных паров от температуры $p_{\text{п}}(T)$. **1.0**
Ответ выразите через φ_0 , $p_{\text{н.п.}}$, T_0 , $\mu_{\text{п}}$, μ_B , γ_B и T .

A3 Используя график зависимости $p_{\text{н.п.}}(T)$, найдите для $\varphi_0 = 65\%$ и $T_0 = 287$ К высоту h над поверхностью Земли, на которой пар становится насыщенным. **0.5**

Часть В. Конденсация водяных паров (5.5 балла)

После насыщения водяной пар начинает конденсироваться. Это существенно искажает вид зависимости $T_B(h)$, найденный в пункте **A1**.

Считайте, что весь сконденсировавшийся водяной пар мгновенно выпадает в виде осадков.

Для исследования конденсации водяных паров необходимо учесть, что удельная теплота парообразования отличается от значения, известного для $T_n = 273$ К.

B1 Удельная теплота парообразования зависит от температуры T следующим образом: **1.0**

$$\lambda(T) = \lambda_n + k(T - T_n)$$

Найдите k . Ответ выразите через c , R , $\mu_{\text{п}}$ и показатель адиабаты $\gamma_{\text{п}}$.

Примечание: если вы не можете решить этот пункт, то в дальнейшем считайте, что $\lambda = \lambda_n = \text{const}$. К потере баллов это не приводит.

Рассмотрим воздушную массу m_B , находящуюся в равновесии.

В объёме воздуха V_B отношение массы водяного пара в выделенной массе сухого воздуха $\alpha = \frac{m_{\text{п}}}{m_B}$ зависит от высоты h , т.е $\alpha = \alpha(h)$.

B2 Покажите, что при перемещении выделенной воздушной массы количество теплоты, полученное системой, заключённой в её объёме, можно представить так: **0.5**

$$\delta Q = m_B \left(\frac{\gamma_B R}{\mu_B (\gamma_B - 1)} dT + g dz + \lambda d\alpha \right)$$

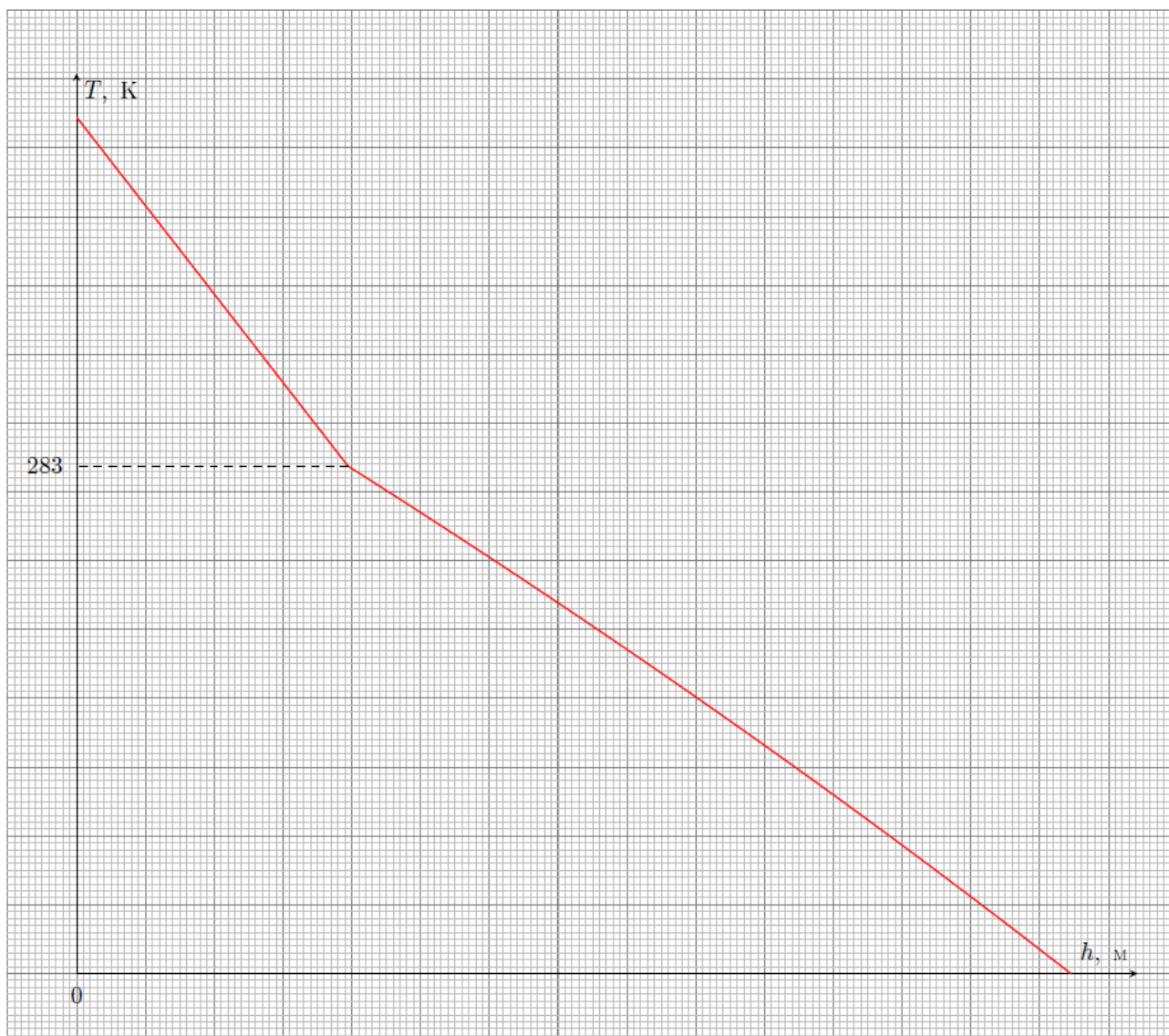
B3 Найдите $\frac{d\alpha}{dz}$. Ответ выразите через $\mu_{\text{п}}$, μ_B , P_B , $P_{\text{н.п.}}$, $\frac{dP_{\text{н.п.}}}{dT}$, $\frac{dT}{dz}$ и $\frac{dP_B}{dz}$. **0.5**

B4 Найдите температурный градиент $\frac{dT}{dz}$. Ответ выразите через α , g , R , γ_B , T , μ_B , $\mu_{\text{п}}$ и $\lambda(T)$. **1.0**

Road to IPhO

На приведённом графике приведена зависимость температуры T в атмосфере от высоты h над поверхностью Земли.

Разметка координатных осей неизвестна. Излом на графике происходит при температуре $T_1 = 283$ К, а начало координат соответствует поверхности Земли (см. рис).



B5 Найдите температуру T_0 на поверхности Земли.

1.8

B6 Оцените, на какой высоте h_2 начинает выпадать снег.

0.7