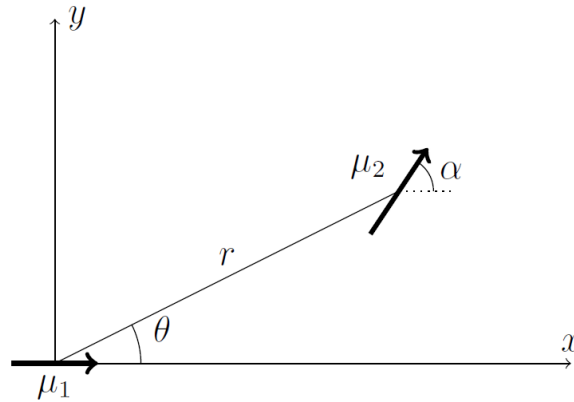


Road to IPhO

Колебания магнитного диполя

Магнитный диполь с дипольным моментом $\vec{\mu}_1$, направленным вдоль оси x , расположен в начале координат. Другой диполь помещают на расстоянии r от начала координат под углом θ к оси x . Дипольный момент второго диполя μ_2 направлен под углом α к оси x (см. рис. 1).



A1 Найдите магнитное поле $\vec{B}(\vec{r})$, создаваемое первым диполем в окрестности второго диполя. Выразите ответ через магнитную проницаемость вакуума μ_0 , r , θ и μ_1 . **0.8**

A2 Найдите момент сил \vec{M} , действующих на второй диполь. Выразите ответ через μ_0 , μ_1 , μ_2 , r , θ , α . **0.8**

A3 Найдите энергию взаимодействия диполей U . Выразите ответ через μ_0 , μ_1 , μ_2 , r , θ , α . **0.6**

A4 Найдите силу \vec{F} , действующую на второй диполь. Выразите ответ через μ_0 , μ_1 , μ_2 , r , θ , α . **1.2**

Центры масс диполей соединяют невесомым стержнем, из-за чего расстояние между ними постоянно и равно R . Стержень может свободно вращаться вокруг начала координат (первого диполя). Направление первого диполя фиксировано, в то время как второй диполь может свободно вращаться. Движение происходит в плоскости xy , масса второго диполя равна m , его момент инерции относительно центра масс равен I .

A5 Найдите $\ddot{\theta}$ и $\ddot{\alpha}$. Выразите ответ через μ_0 , μ_1 , μ_2 , R , θ , α , m и I . **1.3**

Пусть теперь θ и α малы. Тогда система будет совершать гармонические колебания, которые можно разложить на моды. Модой называется движение системы, при котором координаты меняются колеблются с одной частотой, а также синфазно, т.е. $\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$, $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$. Соответствующие частоты называются собственными частотами.

A6 Найдите собственные частоты колебаний системы ω_1 и ω_2 . Выразите ответ через μ_0 , μ_1 , μ_2 , R , m и I . **1.1**

A7 Для обеих мод найдите отношение амплитуд $c_1 = \alpha_1/\theta_1$ и $c_2 = \alpha_2/\theta_2$. Выразите ответ через m , R и I . **0.4**

В начале второй диполь покоится на оси x , а угол α равен $\beta \ll 1$. В момент времени $t = 0$ второй диполь отпускают.

A8 Зависимость углов от времени можно представить как **0.8**

$$\begin{aligned}\theta &= \theta_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \theta_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \\ \alpha &= c_1 \theta_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + c_2 \theta_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2).\end{aligned}$$

Найдите θ_1 , θ_2 , φ_1 и φ_2 . Выразите ответ через ω_1 , ω_2 , c_1 , c_2 и β .