

Road to IPhO

Магнитная сборка Халбаха

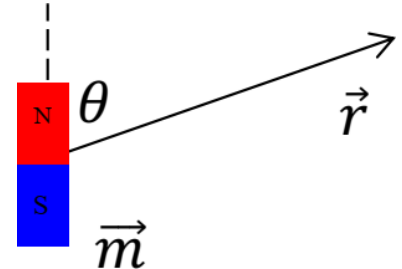
Магнитная сборка Халбаха – особая конфигурация постоянных магнитов, характеризующаяся тем, что магнитное поле с одной из её сторон практически полностью отсутствует благодаря особому расположению элементов сборки. В этой задаче мы исследуем это явление.

Часть А. Магнитные диполи (0.5 балла)

Диполем называется точечный магнитный элемент (например, маленькая петля с током. Ее дипольный момент $I\vec{S}$, где I – это ток, бегущий по петле, а \vec{S} – ориентированная площадь). Поле, создаваемое магнитным диполем, описывается следующей формулой:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3\vec{r}(\vec{m} \cdot \vec{r})}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right),$$

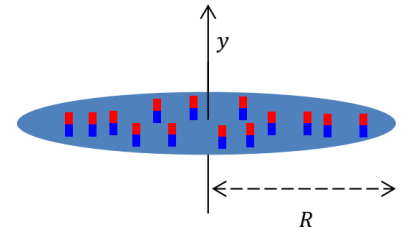
где m – дипольный момент, \vec{r} – радиус-вектор точки в пространстве относительно диполя. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. На рисунке изображены диполь, вектор и угол между ними.



- A1** Магнитное поле ослабляется с увеличением расстояния, для заданного угла θ найдите зависимость магнитного поля B на расстоянии r от диполя. **0.5**

Часть В. Магнитная шайба (2.5 балла)

Рассмотрим лёгкий магнит, представляющий собой плоский цилиндр радиуса R и толщиной $h \ll R$ с поверхностной плотностью магнитного момента $\vec{\sigma}$. Вектор поверхностной плотности ориентирован вдоль оси диска.



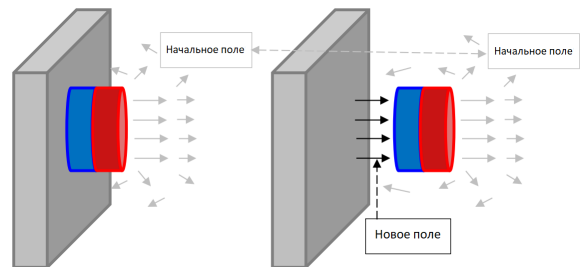
- B1** Выразите магнитное поле $B(y)$ вдоль оси, перпендикулярной магниту, на расстоянии y от центра. **1.5**

Если приблизить маленький круглый магнит к металлической двери холодильника, магнит притягивается к ней с силой, зависящей от размеров и типа материала магнита, а также толщины двери. В этом пункте считайте толщину двери много большей линейных размеров магнита. Рассмотрим цилиндрический магнит с объемной плотностью дипольного момента $\rho = 1.05 \cdot 10^6 \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}}{\text{Гн}}$ толщиной $t = 2$ мм и диаметром $D = 20$ мм.

- B2** Оцените величину магнитного поля вблизи поверхности магнита. Ответ выразите через величины t, D, ρ, μ_0 . **0.5**

Чтобы определить силу взаимодействия магнита и двери холодильника, необходимо воспользоваться законом сохранения энергии. Когда магнит отрывают от двери, между ними возникает поле, приблизительно равное полю с другой стороны магнита. Остальная часть поля (включая и то, что внутри двери) почти не меняется. Выражение для объёмной плотности энергии магнитного поля в воздухе:

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

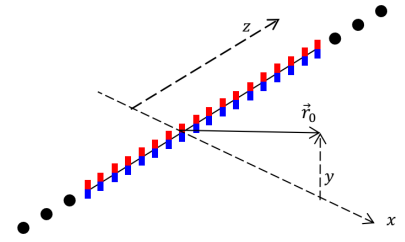


- B3** Получите выражение и численное значение силы взаимодействия F_0 между дверью и прижатым к ней магнитом, также вычислите давление P_0 магнита на дверь. **0.5**

Road to IPhO

Часть С. Магнитная сборка Халбаха (7 баллов)

Для того чтобы получить выражение магнитного поля в сборке Халбаха, найдем поле длинного ряда магнитов, как показано на рисунке. Линейная плотность дипольного момента ряда ρ_L , направление — вдоль оси y .

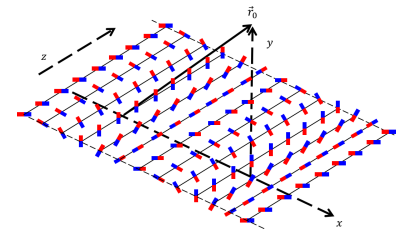


C1 Запишите выражение для поля $\vec{B}(\vec{r}_0, y)$ которое создает ряд магнитов. (Для удобства поле выражается и через \vec{r}_0 , и через y , хотя технически $y = (\vec{r}_0)_y$.) **2.0**

В плоской магнитной сборке Халбаха направление поляризации маленького элемента площади непрерывно вращается. Его положение меняется в соответствии с формулой:

$$\beta(x, z) = \beta_0 + k \cdot x, \quad k = 2\pi/\lambda, \quad t \ll \lambda$$

Здесь β — это угол между направлением диполя и перпендикуляром к плоскости, этот угол вращается в плоскости xy . Длина λ — это шаг сборки, а t — толщина сборки.



C2 Найдите магнитного поля с двух сторон от сборки. Ответ дать в виде некоторого интеграла. **1.0**

Один из этих интегралов нужен для решения этого пункта:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} dx \cdot \cos(2x) \cdot \cos(c \cdot \tan x) = \frac{c \cdot \pi}{e^c} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dx \cdot \sin(2x) \cdot \sin(c \cdot \tan x)$$

$$\frac{\pi}{e^d} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot \frac{\cos x}{d^2 + x^2}$$

$$\frac{\pi}{a \cdot e^a} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot \frac{2x \cdot \sin(2x)}{(a^2 + x^2)^2}$$

$$\frac{(b+1)\pi}{e^b} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot \frac{2b^3x \cdot \cos(x)}{(b^2 + x^2)^2}$$

C3 Покажите, что с одной стороны идеальной сборки магнитное поле стремится к нулю. **1.0**

C4 Запишите выражение для поля с другой стороны. **1.0**

C5 На основании выражения поля найдите среднее давление P такого магнита на дверь холодильника. Возьмите следующие параметры: толщина $t = 0.5$ мм, объемная плотность магнитного диполя $\rho = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}}{\text{Гн}}$, шаг сборки $\lambda = 5$ мм. **1.5**

C6 Найдите соотношение между давлением, которое создает магнитная сборка Халбаха и давлением, которое создает обычный магнит из того же материала, с теми же радиусом и толщиной. Здесь тоже следует пренебречь эффектами на периметре кружка и и толщиной магнита. **0.5**

Road to IPhO

Вы могли подумать, что ни в чем более инновационном, чем магнитики для холодильника, сборка Халбаха не применяется. Однако компания Hendo разработала на ее основе разработала целый ховерборд (тот самый, что был в фильме «Назад в будущее»). Используя кольцевую сборку Халбаха из электромагнитов, Hendo добились подъемной силы достаточной, чтобы заставить человека средней массы подняться над землей! Но только над медью.

