

# Road to IPhO

## Анизотропное трение

Сила трения не всегда изотропна. Часто величина и направление силы трения может зависеть от направления движения тела. Например, анизотропия трения может возникать при наличии «борозд» заданной ориентации на поверхности контакта тел (известно, что коэффициент трения дуба по дубу вдоль волокон равен 0.48, тогда как дуба по дубу поперек волокон одного куска и вдоль волокон другого куска 0.34). Наличие анизотропии в трении может привести к необычным свойствам движения, с которыми и предлагается познакомиться в данной задаче.

### Что нужно знать про анизотропное трение

Пусть некоторая плоскость сделана из анизотропного материала. В рамках одной из наиболее популярных моделей анизотропного трения существуют перпендикулярные друг к другу координатные оси  $x$  и  $y$  (которые мы будем называть главными) такие, что сила трения  $\vec{F}$ , действующая на тело, будет зависеть от направления движения тела следующим образом:

$$\begin{cases} F_x = -\frac{|N|}{|v|} \mu_x v_x, \\ F_y = -\frac{|N|}{|v|} \mu_y v_y, \end{cases}$$

где  $F_x, F_y$  – проекции силы трения,  $N$  – сила реакции опоры, действующая на тело,  $v_x$  и  $v_y$  – проекции вектора скорости  $\vec{v}$ ,  $\mu_x$  и  $\mu_y$  – коэффициенты трения вдоль главных осей.

Здесь и далее по умолчанию будет предполагаться, что координатные оси на плоскости направлены вдоль главных осей трения. Коэффициенты трения –  $\mu_x = 0,75$  и  $\mu_y = 0,5$ , если не сказано обратного.

В частях А и В тело можно считать материальной точкой. Плоскость, по которой движутся тела, горизонтальна во всех частях задачи.

Во всех пунктах задачи, где это возможно, дайте также численный ответ.

### Часть А. Движение тела по горизонтальной поверхности (4.0 балла)

**A1** Под каким углом  $\alpha_1$  к оси  $x$  должен быть направлен вектор скорости тела, чтобы абсолютная величина мощности силы трения была максимальной? **0.5**

**A2** Под каким углом  $\alpha_2$  к оси  $x$  должен быть направлен вектор скорости тела, чтобы абсолютная величина мощности силы трения была в 1.2 раза меньше максимальной? **0.5**

**A3** Пусть начальная скорость тела имеет проекции  $v_{0x} = 1$  м/с и  $v_{0y} = 1$  м/с. Через некоторое время проекция скорости на ось  $y$  равна  $v_{1y} = 0.25$  м/с. Чему равен модуль скорости тела в этот момент времени? **1.0**

**A4** Известно, что скорость тела равна  $v_2 = 1.0$  м/с. Под каким углом  $\alpha_3$  к оси  $x$  должен быть направлен вектор скорости, чтобы радиус кривизны траектории был минимальным? Чему он равен? Ускорение свободного падения  $g = 9.8$  м/с<sup>2</sup>. **1.0**

**A5** Для коэффициентов трения, указанных ранее, качественно изобразите на одном рисунке траектории тела в плоскости  $xy$  при углах запуска  $\alpha_4 = \pi/6$  и  $\alpha_5 = \pi/3$ . Начальные скорости одинаковы. Решите эту же задачу для коэффициентов трения  $\mu_x = 0.4$  и  $\mu_y = 0.7$ . **1.0**

### Часть В. Условия начала движения тела (2.0 балла)

**B1** Тело массой  $m$  покоится в начале координат. К нему прикладывают силу, направленную под углом  $\alpha$  к оси  $x$ . Величина силы  $F(t) = \gamma t$  прямо пропорциональна времени. Пренебрегая явлением застоя, найдите зависимость момента времени, когда тело сдвинется с места, от угла  $\alpha$ . **2.0**

# Road to IPhO

## Часть С. Движение тела по окружности (4.0 балла)

Две материальные точки с одинаковой массой  $m$  расположены на плоскости с анизотропным трением и соединены невесомым нерастяжимым стержнем длины  $L = 1$  м. Стержень расположен вдоль оси  $y$  и не касается плоскости. Одному из тел сообщают скорость, направленную перпендикулярно к стержню.

**C1** Считая заданной начальную скорость тела  $v_0$ , получите зависимость его дальнейшей скорости  $v$  от угла поворота стержня  $\varphi$ , считая, что другое тело при дальнейшем движении покоится. **1.5**

**C2** Найдите максимальное значение начальной скорости  $v_{0 \max}$ , при которой другое тело останется в состоянии покоя. **1.5**

**C3** Какое расстояние пройдет тело до момента полной остановки при движении с начальной скоростью  $v_{0 \max}$ ? **1.0**