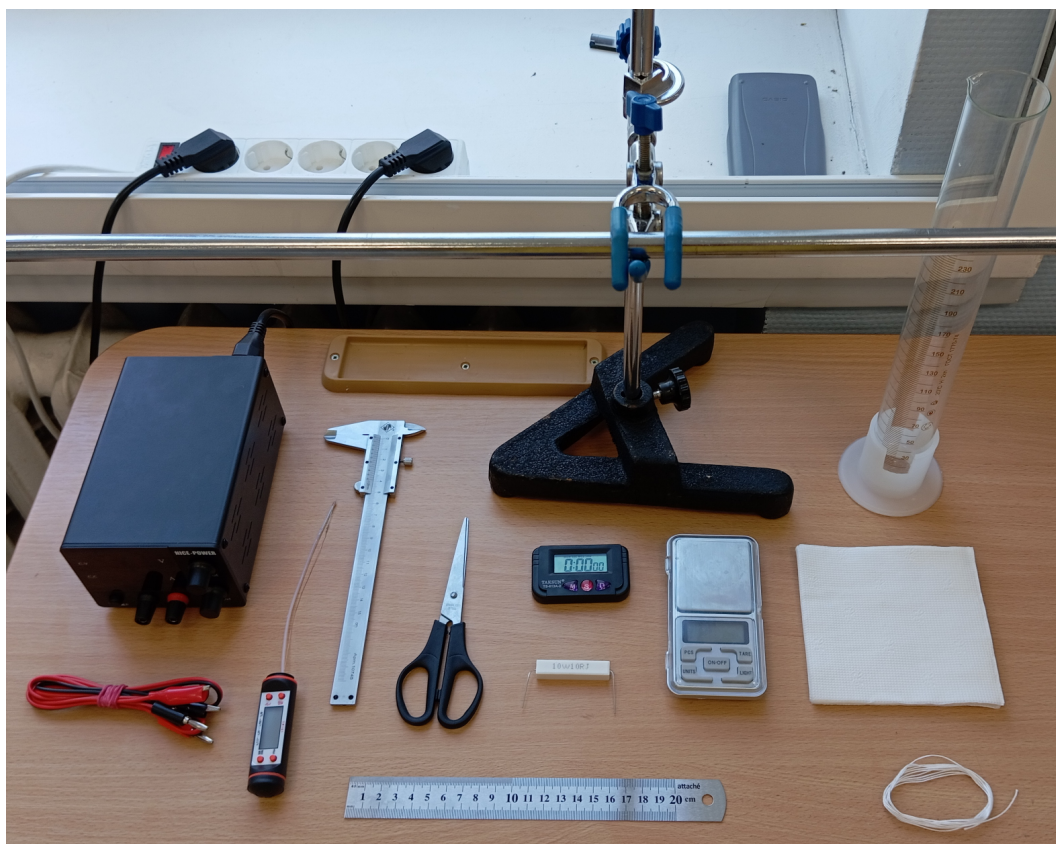


Road to IPhO

Теплопроводность и теплопотери

В задаче требуется оценка погрешностей!



Часть А. Остывание линейки. Коэффициент теплопотерь

Оборудование

1. Металлическая линейка 20 см
2. Штангенциркуль
3. Термометр
4. Термопаста, аналог пластилина
5. Секундомер
6. Отрезок нити
7. Ножницы
8. Штатив с муфтой и лапкой
9. Мерный цилиндр
10. Горячая вода (по требованию)
11. Весы
12. Салфетка (по требованию)

При остывании тело передаёт теплоту окружающей среде, причём в единицу времени передаётся теплота

$$q = \alpha A (T - T_0), \quad (1)$$

где α – коэффициент теплопотерь, A – площадь поверхности тела, T – температура тела, T_0 – температура окружающей среды. Удельная теплоёмкость материала линейки $c = 460 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, его плотность $\rho = 7800 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Road to IPhO

Для остывающего тела с теплоёмкостью C можно записать уравнение теплового баланса:

$$C \cdot dT = -\alpha A (T - T_0) \cdot dt. \quad (2)$$

Если это выражение проинтегрировать, то можно получить зависимость температуры остывающего тела от времени:

$$T(t) = T_0 + (T_{\max} - T_0) \cdot \exp\left(-\frac{\alpha A}{C} t\right), \quad (3)$$

где T_{\max} – максимальная температура тела, то есть температура тела в начальный момент времени.

A1 Изучая зависимость температуры от времени при остывании, определите коэффициент теплопотерь α для металлической линейки в воздухе. Зарисуйте схему установки, приведите её параметры и расчетные формулы.

Часть В. Распределение температур с учётом потерь

Оборудование

1. Металлическая линейка 20 см
2. Штангенциркуль
3. Термометр
4. Термопаста
5. Два резистора (10 Ом, 10 Вт) (запрещается подавать на один резистор ток больше 1 А)
6. Блок питания
7. Штатив с муфтой и лапкой
8. Салфетки (по требованию)

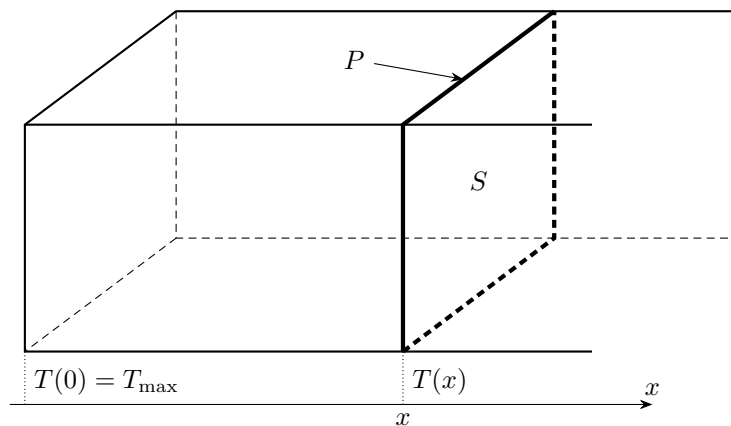


Рис. 1. Нагреваемый стержень

Если стержень нагревать с одного конца, а боковой поверхности дать обмениваться теплотой с окружающей средой, то в стационарном режиме установится некоторое распределение температур $T(x)$. Для того, чтобы найти зависимость температуры от координаты, можно считать, что стержень очень длинный и другой конец имеет комнатную температуру. Это распределение зависит от температуры горячего конца T_{\max} , температуры окружающей среды T_0 , геометрических размеров стержня и отношения коэффициентов теплопотерь и теплопроводности $\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)$, но не зависит явным образом от подводимой мощности:

$$T(x) = T_0 + (T_{\max} - T_0) \exp(-bx), \quad b = \sqrt{\frac{\alpha P}{\lambda S}}. \quad (4)$$

Здесь P – периметр сечения стержня, S – площадь поперечного сечения (рисунок 1).

Road to IPhO

B1 В качестве нагреваемого стержня будем использовать линейку. Соберите установку, которая позволит нагревать линейку с одного конца. Изучая зависимость температуры от координаты при остывании, определите отношение коэффициентов $\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)$ с погрешностью. Зарисуйте схему установки, приведите её параметры и расчетные формулы.

B2 С использованием результата пункта **A1** определите коэффициент теплопроводности λ и его погрешность.

Часть С. Теория

В этой части мы выведем зависимость температуры от координаты вдоль стержня, то есть уравнение (4). Рассмотрим некоторый кусок стержня, расположенный между точками x и $x + dx$. Слева от него стержень горячее, поэтому наш кусок получает в единицу времени теплоту $q(x)$. Через правую границу наш кусок отдаёт в единицу времени теплоту $q(x + dx)$ (см. рисунок 2). Рассматриваемый кусок мал по длине, поэтому можно считать, что его температура одинакова и равна $T(x)$. Более того, мы рассматриваем стационарный случай, то есть температура не меняется со временем.

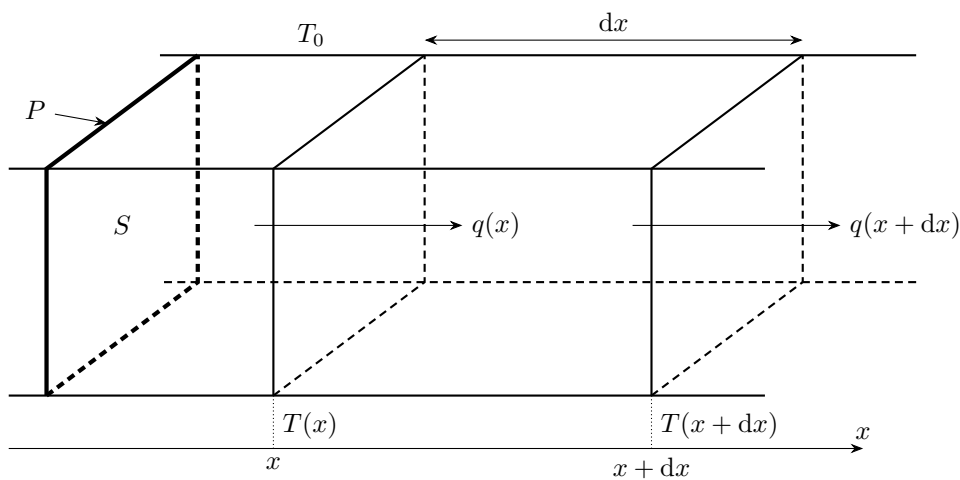


Рис. 2. Нагреваемый стержень

C1 Запишите уравнение теплового баланса для рассматриваемого куска стержня. Ответ выразите через обозначенные выше теплоты и температуру. Также вам известны: температура окружающей среды T_0 , коэффициент теплопотерь α , периметр сечения стержня P , длина кусочка dx .

C2 Из уравнения теплового баланса можно получить дифференциальное уравнение для температуры, в таком уравнении неизвестными являются функция $T(x)$ и её производные. Получите такое уравнение, для этого воспользуйтесь разложением $q(x + dx) \approx q(x) + q'(x) dx$ и выражением

$$q(x) = -\lambda ST'(x), \quad (5)$$

где λ – коэффициент теплопроводности, S – площадь поперечного сечения.

C3 Решение полученного уравнения записывается в виде

$$T(x) = C_1 + C_2 e^{-kx} + C_3 e^{kx}, \quad (6)$$

где C_1, C_2, C_3 – некоторые константы, которые можно найти из граничных условий, а величину k можно определить, подставив $T(x)$ в дифференциальное уравнение, полученное в предыдущем пункте. Нагреватель находится в точке с координатой 0, температура стержня в этой точке $T(0) = T_{\max}$. Определите значения констант C_1, C_2, C_3, k .